Årg. 34: 1 Mars 1951

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

FÖRSTA HÄFTET

Hilding Slätis, Nobelpriset i fysik 1950 1
S. Bertil Nilsson, Cykelåkning och matematik 7
J. Tandberg, Nytt logaritmiskt papper 18
Torsten Jönsson, Optisk forskning i Sverige 19
Agne Wahlgren, Några magiska kvadrater 27
Tore Öberg, Om rationella rötter till tredjegradsekvationen 33
T. Wilner, Demonstration av laddade partiklars rörelse i elektriska fält 35
O. Lundquist, Kraftverkan mellan magnet och strömförande ledare 40
Bror Gustaver, Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Årsmötet i januari 1951 41
Nordisk matematik-, fysik- och kemilärarekongress i Åbo 7—10 aug. 1951 49
A. Sommerfeldt, Upplysningar med anledning av en recension 50
Bokanmälningar: Hylleraas, Fysikkens matematiske grunnlag; Robinson, Analytic Geometry; Tippett, Technological Applications of Statistics; Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois; Underwood-Sparks, Living Mathematics; Cockcroft, The Development and Future of Nuclear Energy; Guinier, Éléments de physique moderne théorique II; Barlow-Cullen, Micro-Wave Measurements; Kurs i optik; Alfvén, Cosmical Electrodynamics; Bergeron, Nyare rön om nederbördens uppkomst och fördelning; Broda, Advances in Radiochemistry; Audrieth, Inorganic Syntheses; Bergsöe, Kemi för miljoner; Edinoff-Ruchlis, Atomkunskap för miljoner; Inghe-Ekman, Lärobok i kemi för realskolan I; Heys, Roliga kemiförsök; Bonniers Konversationslexikon Bd XV 52
Recensenter i detta häfte 65
Gradualavhandlingar (autoreferat): F. Lannér, On complexes with transitive groups of automorphisms; G. Källén, Formal integration of quantum theory in the Heisenberg representation; I. Lindqvist, Some new aspects of the polymolybdates 65
Tidskrifter, innehållsöversikt; Insänd litteratur 68, 70
Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. Bågman) 72
Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövningarna efter studentexamen januari 1951 75

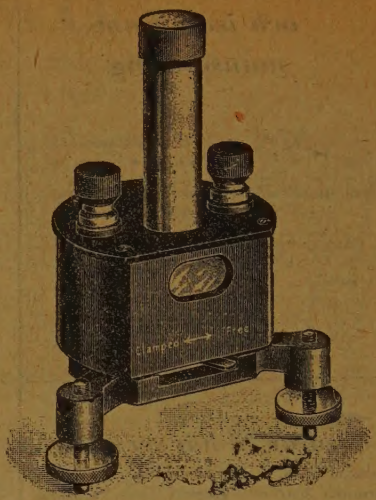
Obs! En årg. serie 13—28 i 8 klotbd kr. 150:—

Pris pr år kr. 10:— pr häfte kr. 3:—

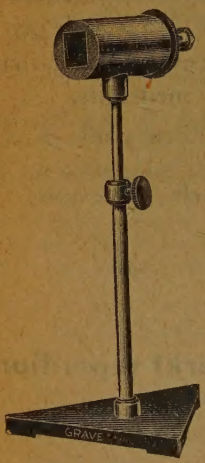
Utställning och Lager

av all slags
materiel för

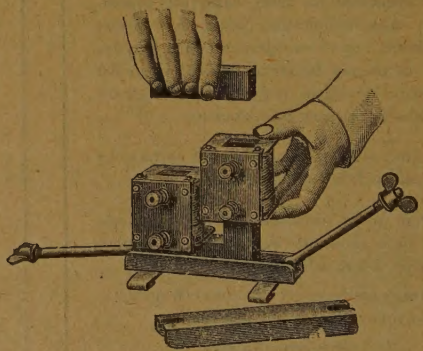
Fysikunder-visningen



Spegelgalvanometer med vridspolesystem



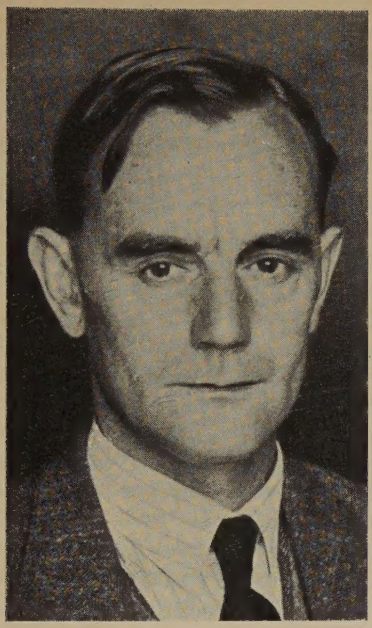
Termostapel
enl. Holjer Witt



Söndertagbar transformator

RUDOLPH GRAVE A/B

STOCKHOLM 3



Cecil Frank Powell

Nobelpriset i fysik 1950

Av professor Hilding Slätis, Stockholm

Naturvetenskapliga framsteg och upptäckter gå i allmänhet hand i hand med observations- och mätteknikens utveckling. Tillämpandet av en ny experimentell metod medför en värdefull kontroll av tidigare erhållna resultat, varvid förut ej observerade systematiska fel kunna påvisas. Helt nya fenomen kunna även upptäckas på grund av egenskaper eller verkningar, vilka bliva åtkomliga för studium med den nya anordningen. Typiska exempel härpå erbjuder studiet av den kosmiska strålningen, där så olikartade experimentella metoder som användningen av räknerör, Wilsonkammare och fotografiska emulsioner komma till användning.

Ehuru de nämnda metoderna alla äro praktiskt taget lika gamla som kärn- och höjdstrålningsfysiken, har den fotografiska metoden

vunnit ett mera vidsträckt erkännande först under de senaste åren. Tillämpningen av den fotografiska tekniken var tidigare helt sporadisk. Början gjordes, åtminstone vad beträffar registreringen av enstaka partiklar, då KINOSHITA år 1910 vid arbeten på Rutherfords laboratorium fann, att silverbromidkorn i fotografiska emulsioner blevo framkallningsbara efter att ha träffats av α-partiklar. REINGANUM fann 1911, att α-partiklar vid strykande infall mot en fotografisk plåt alstrade en serie punkter, vilka kunde iakttagas i mikroskop. Spår av protoner i emulsioner påvisades av MARIETTA BLAU i Wien 1925. År 1927 införde MYSSOWSKY och TSCHISCHOW tjocka emulsioner (50 μ) för att kunna registrera längre spår. WAMBACHER och BLAU iakttogo år 1931—32, att pinakryptol gult sensibiliserade fotografiska emulsioner för energirika protoner. De första försöken att sensibilisera emulsioner för protoner utan användande av pinakryptol gult gjordes oberoende av varandra år 1935 av TAYLOR vid Ilford-laboratorierna och av JDANOFF i Leningrad. ILFORD lyckades härvid även nedbringa den bakgrund, som uppkom av att ett stort antal silverbromidkorn framkallades även utan exponering, till endast 2 % av det tidigare värdet. Dessa s. k. R 1-emulsioner voro emellertid okänsliga för protoner. R 2-emulsionerna gåvo en något större bakgrund, men kunde i stället bättre registrera protoner. Ännu känsligare voro de s. k. »New Half-tone»-emulsionerna. Energin hos protoner kunde vid denna tid, till följd av spårens låga korntäthet, icke bestämmas noggrannare än med ett fel av storleksordningen 20 %. JDANOFF fann att man för att nå goda protonspår måste öka silverhalten i emulsionen, minska kornstorleken samt hålla denna möjligast konstant. Även AGFA-laboratorierna tillverkade emulsioner relativt fria från bakgrund. EASTMAN KODAK framställde i samarbete med WILKINS »Fine Grain Alpha-Particle Plate».

Den kosmiska strålningen undersöktes redan 1936 av WILKINS ävensom av RUMBAUGH och LOCHER med hjälp av ballongförda Ilford-R 2-plåtar. Följande år exponerade BLAU och WAMBACHER »New-Half-tone»-plåtar på bergstoppar och studerade hundratals »stjärnor» samt beräknade de emitterade protonernas energier ur korntätheten i spåren. »Stjärnor» studerades ytterligare av SCHOPPER och SCHOPPER ävensom av FILIPPOFF, JDANOFF och GUREVITCH. De sistnämnda funno även spår med anomalt låg korntäthet. Dessa spår tillskrevos mesoner.

Vid denna tidpunkt, år 1939, började POWELL intressera sig för den fotografiska metoden. Tillsammans med FERTEL studerade han metodens noggrannhet och använde »half-tone»-plåtar för att registrera neutrongrupper i samband med (dn)-reaktioner på lätta

element. De påpeka att upplösningsförmågan är större än den som nås med Wilson-kammare. Metodens fördelar framför dimkammarmetoden belyses med ett exempel. Vid Li(dn)Be-reaktionen erfordrades 20 000 stereoskopiska par av Wilson-kammarfotografier, innehållande bilder av 1600 spår lämpade för mätning. En Ilford halftone-plåt gav däremot redan efter några minuters exponering 3000 protonrekyler inom en yta av 3 cm^2 av emulsionen. Metoden sades förtjäna allvarligt beaktande av alla, som äro engagerade i kärnfysik.

Powell studerade den kosmiska strålningen tillsammans med Heitler och Fertel genom att exponera plåtar dels vid havsnivå, dels på Jungfrau. Dessa undersökningar fortsattes 1940 tillsammans med Heitler och Heitler.

År 1939 gjorde Powell i Bristol tillsammans med Bloch hos Messrs Ilford Ltd försök att tillverka en emulsion innehållande större mängder silverbromid. Dessa försök avbrötos av kriget. Först i juni 1945 blev det åter möjligt att fortsätta arbetet. Samtidigt och oberoende därav vände sig Rotblat till Ilford för att få möjligast finkorniga emulsioner för arbeten inom kärnfysiken. Powell arbetade denna gång tillsammans med Occhialini, Livesy och Chilton, sistnämnde forskare anställd hos Ilford. Resultatet blev de nu välkända »Nuclear Research Plates», innehållande 8 gånger större silvermängd än vanliga plåtar. De nya plåtarna hade en betydligt bättre upplösningsförmåga och mindre bakgrund än half-tone-plåtarna. Dessutom tillverkades för kommersiellt bruk plåtar laddade med litium, beryllium, bor eller vismut.

Bristolgruppen utförde en noggrann räckvidds-energi-kalibrering av de nya plåtarna. Verksamma voro härvid Lattes, Fowler, Cuer och Camerini.

År 1947 iakttogo Lattes, Occhialini och Powell i emulsioner, som exponerats på 5500 m höjd i de bolivianska Anderna och på Pic du Midi (2800 m) i Pyreneerna, att laddade mesoner, som uppbromsats i emulsionen, ibland gåvo upphov till produktionen av sekundära mesoner. Av 40 dylika fall iakttogos 11 fall, där även de sekundära mesonerna uppbromsades i emulsionen, varigenom räckvidden hos dessa kunde mätas. Genom att jämföra spårens rest-räckvidder i punkter med lika korntäthet kunde förhållandet mellan partiklarnas massor, om laddningen var densamma, bestämmas.[1] Det visade sig nu, att mesonerna genetiskt och beträffande massan voro av två olika slag. De primära, tyngre s. k. π-mesonerna sönderfalla och giva härvid upphov till de lättare, s. k. μ-mesonerna. För att inse betydelsen av denna viktiga upp-

[1] Närmare härom se författarens artikel i Elementa *33* (1950) : 3.

täckt är det emellertid nödvändigt att betrakta de med andra medel och av andra forskare vunna resultaten på mesonforskningens område.

Mesonens existens förutsades såsom bekant av YUKAWA år 1935.[2] Fria »kvanta» skulle stå i en liknande relation till kraftfältet mellan nucleonerna som fotonerna till det elektromagnetiska fältet. Deras vilomassa borde vara 150 gånger större än elektronens massa, varjämte de skulle sönderfalla med en halveringstid av ca 10^{-7} sek. under utsändande av en elektron. Liknande, men neutrala partiklar postulerades av FRÖHLICH, HEITLER och KEMMER år 1938.

Den kosmiska strålningen består som känt dels av en mjuk komponent (fotoner och elektroner), som hastigt absorberas i bly och ger upphov till kaskadskurar, dels av en hård komponent, som genomtränger många cm bly. ANDERSON och NEDDERMAYER funno 1937 och 1938 bland partiklarna i den hårda komponenten sådana med en massa ca 200 gånger större än elektronens. Dessa partiklar kunde i motsats till elektronerna genomtränga tjocka blyskikt utan att förlora någon större del av sin energi.

Till en början ansågos dessa partiklar, som visades hava en livslängd av ca $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ sek., identiska med YUKAWAS mesoner. Det var emellertid svårt att förstå, varför dimkammarexperiment visade, att partiklarnas växelverkan med atomkärnor var så ringa. Särskilt borde de negativa mesonerna dragas till de positivt laddade atomkärnorna och föranleda kärnreaktioner. CONVERSI, PANCINI och PICCIONI anställde år 1947 experiment med fördröjda koincidenser med både positiva och negativa mesoner, vilka kunde åtskiljas medelst magnetisk avböjning. De funno då, att de positiva mesonerna vid uppbromsning i järn sönderföllo med den halveringstid man funnit för de icke separerade partiklarna, medan de negativa försvunno utan att giva upphov till någon sönderfallselektron. Om däremot uppbromsningen skedde i ett material med lågt atomnummer, t. ex. grafit, sönderföll en stor del av de negativa partiklarna. Nu ansåg man det troligt, att en negativ meson redan inom förloppet av ca 10^{-12} sek. skulle likt en elektron infångas i en »K-bana», vars radie likväl, på grund av mesonens större massa, måste vara 200 gånger mindre än elektronbanans. I detta tillstånd skulle mesonen tillbringa en stor del av tiden i själva kärnan. Det var därför oförståeligt, att den negativa mesonen kunde fortbestå under en tid av storleksordningen 10^{-6} sek.

Det kan nämnas, att redan innan dessa experimentella fakta förelågo, en del teoretiker (SAKATA och INOUE 1946, MÖLLER 1941, 1946) förutsagt existensen av olika slag av mesoner. MARSHAK och

[2] Närmare härom se docent BRUNOS artikel i Elementa *33* (1950): 1.

Bethe antogo 1947, att primärprodukten vid kärnkollisioner i den övre atmosfären är tunga mesoner, vilka spontant sönderfalla med en livstid av ca 10^{-8} sek. och därvid bilda de mesoner, som vanligen observeras i den genomträngande strålningen.

Betydelsen av Lattes', Occhialinis och Powells upptäckt av de två slagen mesoner, π- och μ-mesonen, blev nu klar. Det är de tyngre, primära π-mesonerna, som motsvara Yukawas kärnkraftmesoner. De undergå spontant sönderfall eller, om de äro negativa, infångas till största delen av atomkärnor och föranleda »stjärnor». Av 644 observerade mesonspår, som upphörde i emulsionen, gåvo 145 upphov till sekundära partiklar. 40 av dessa voro μ-mesoner, 105 partiklar alstrade sönderfall med tunga partiklar. De sistnämnda voro alltså negativa π-mesoner (tidigare benämnda »σ-mesoner»). 11 av de 40 μ-mesonernas spår upphörde i emulsionen och visade att räckvidden för dessa var konstant, ca 614 μ (motsvarande en energi $\approx$ 4,2 MeV). μ-mesonerna emitterades sålunda med samma energi. Infångandet av en negativ π-meson beräknades medföra frigörandet av en energi motsvarande restmassan, ca 400 elektronmassor, vid kärnexplosionen. De nämnda forskarna framhöllo även, att det är μ-mesonerna, som man iakttager i den hårda komponenten av den kosmiska strålningen, då man använder Wilson-kammare eller räknerör.

Gardner och Lattes funno år 1948 i Berkeley, att π-mesoner alstras, då materia bombarderas med högenergetiska α-partiklar eller protoner. Detta har givetvis i högsta grad underlättat studiet av mesonerna och deras egenskaper. Framställningen av elektronkänsliga emulsioner (Berriman 1948) har numera möjliggjort även iakttagandet av den elektron, som emitteras vid μ-partiklarnas sönderfall.

För π-mesonens massa ha senaste undersökningar i medeltal givit 283 och för μ-mesonens 211 elektronmassor. π-mesonernas halveringstid är ca 10^{-8} sek. Åtminstone 95 % av de positiva π-mesonerna undergå μ-sönderfall, medan högst 5 % emittera direkt en β-partikel. μ-mesonerna ha en halveringstid av ca $2 \cdot 10^{-6}$ sek. och undergå β-sönderfall. β-partiklarnas energi är fördelad över ett kontinuerligt spektrum, som sträcker sig till 50 MeV.

Positiva och negativa π-mesoner alstras i approximativt lika mängd, då tunga atomkärnor träffas av kosmisk strålning. Endast negativa π-mesoner alstra »stjärnor». Negativa π-mesoner kunna försvinna utan synliga spår genom att infångas av vätekärnor, vilka därvid förvandlas till neutroner under utsändande av neutrala mesoner (Bjorkland. Crandall, Moyer, York och Panofsky, Aamodt, York, 1950). Dessa hava en något mindre massa än de

laddade mesonerna och sönderfalla under utsändande av γ-kvanta. Medellivslängden är mindre än $3 \cdot 10^{-13}$ sek. Den spektrala distributionen av de emitterade γ-kvanta fås genom mätning av energin hos de elektronpar, som γ-strålningen förorsakar (Carlson, Hooper, King 1950).

Det är omöjligt att här gå närmare in på mesonernas egenskaper och deras samband med den kosmiska strålningen. Det är emellertid tydligt att π- och μ-mesonernas upptäckt medförde ett avsevärt uppklarande av hithörande föreställningar. Upptäckten möjliggjordes av den fotografiska metoden, som utöver att äga Wilsonkammarens alla förtjänster även har fördelen att erbjuda en utomordentligt utsträckt tidsskala för studiet av vissa typer av successiva fenomen. Speciellt gäller detta partiklar av ytterst kort livstid, sådana som π-mesonerna, vilka vanligen sönderfalla under sin passage genom atmosfären. Dessa partiklar uppbromsas i emulsionen på en sträcka, som är mindre än tusendedelen av den i en gas. Härigenom blir det möjligt att studera partiklarnas spontana sönderfall vid bromsningen i emulsionen eller den effekt de utlösa efter inträngandet i atomkärnor.

Vetenskapsakademien tilldelade Powell 1950 års Nobelpris i fysik för »hans utveckling av den fotografiska metoden för studiet av kärnprocesser och hans därmed gjorda upptäckter rörande mesonerna».

Cecil Frank Powell är född den 5 dec. 1903 i Tornbridge, Kent. Efter studier i Cambridge blev han forskningsassistent hos professor A. M. Tyndall (1928). Han deltog 1935 i en av Royal Society och Colonial Office organiserad expedition med ändamål att studera den seismiska och vulkaniska aktiviteten i Montserrat, Brittiska Västindien. Sedan 1948 är han professor i fysik vid universitetet i Bristol. Hans arbeten omfatta, förutom de insatser, som belönats med Nobelpriset, även undersökningar över elektriska urladdningar i gaser.

En uppsats i anslutning till Nobelpriset i kemi 1950 kommer att inflyta i junihäftet. *Red.*

Cykelåkning och matematik[1]

Av docent S. Bertil Nilsson, Lund

Alla är vi nog mer eller mindre vana cyklister, men om vi tänker efter — är det egentligen rimligt att det skall gå så pass lätt att balansera på en tvåhjuling som det faktiskt gör, med någon övning? Med andra ord: Bör det överhuvud taget vara möjligt att cykla även för en icke-ekvilibrist, eller måste den vanliga bilden av trafiklivet på våra gator räknas till livets oförklarade paradoxer? Ingenting är ju naturligare än att tillgripa vår kära matematik för att få ett svar på den frågan, och man kunde kanske vänta att nybörjarens första åtgärd skulle bli att sätta sig in i den matematiska bakgrunden. Av allt att döma hör dock detta till undantagen — jag måste för övrigt erkänna att det inte är så länge sedan jag själv lärde mig cykla på ett matematiskt någorlunda anständigt sätt. Och den som för första gången grenslar en velociped nöjer sig nog med att hoppas, att han rent instinktivt skall kunna manövrera den så som det behövs i olika situationer. Men så brukar det också gå som det går i början.

Hur mycket rationellare skulle det inte vara att presentera den ivrige cyklisten in spe med ett par differentialekvationer, som klart och tydligt talade om för honom vad han hade att rätta sig efter! Först när den förberedelsen var ordentligt avklarad, skulle han få lov att sätta sig upp på sadeln.

Låt oss här gå in för en sådan matematisk cykeltur.

Beteckningar. Jämviktsvillkor

För att då ange det höga vetenskapliga plan på vilket vi nu gemensamt skall cykla, kallar vi det för ett xy-plan och betecknar dessutom alla förekommande vinklar med grekiska bokstäver. En del genomgående beteckningar kan klaras av i ett sammanhang, så är det gjort (fig. 1 och 2): bakhjulets beröringspunkt med det horisontella underlaget $= (x, y)$, vinkeln mellan den fasta y-axeln

[1] Föredrag (hjulkåseri) hållet i anslutning till Lunds Matematiska Sällskaps julfest den 9 dec. 1949. Frånsett vissa nedskärningar och smärre ändringar eller kompletteringar har föredragets form i stort sett bibehållits.

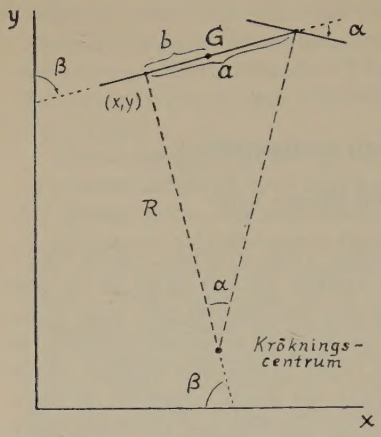


Fig. 1.

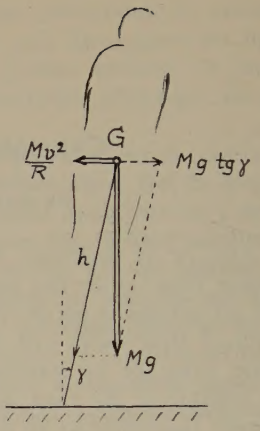


Fig. 2. Cykeln sedd bakifrån.

och cykelns längdaxel = β, vinkeln mellan horisontallinjer i de båda hjulplanen = α (ett mått på framhjulets vridning), cykelns lutningsvinkel i sidled = γ. De fem parametrarna $x, y, \alpha, \beta, \gamma$ karakteriserar läget fullständigt. I fortsättningen blir det emellertid bara vinklarna som vi får användning för; de räknas positiva som i figuren (åt höger). Ytterligare sättes totalmassan av cykel plus cyklist = M, hastigheten = v och avståndet mellan hjulens understödspunkter = a (mera preciserat i fig. 3). Tyngdaccelerationen = g. Sträckan b i fig. 1 är horisontella avståndet längs cykeln mellan (x, y) och den gemensamma tyngdpunkten G för hela systemet (cykel + cyklist), tyngdpunktens höjd över underlaget vid vertikalställning = h, och hjulradien = r.

Vi är nu mogna för att ställa upp en enkel jämviktsekvation. Att den gemensamma tyngdpunkten G skall ligga rakt över hjulens förbindelselinje vid cykling rakt fram, behövs det inga långa överläggningar för att inse. Mycket besvärligare blir det inte, om cykeln i stället beskriver en cirkelbana (vars radie sättes = R). Redan sunda förnuftet säger att man bör luta cykeln över mot banans medelpunkt, och naturligtvis säger matematiken samma sak, litet mera preciserat: för att centrifugalkraften Mv^2/R och tyngden Mg skall hålla varandra jämvikt, måste deras resultant vara riktad mot förbindelselinjen mellan understödspunkterna, dvs. (jfr fig. 2):

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{Mv^2/R}{Mg} = \frac{v^2}{gR} \qquad (1)$$

Nå, var och en som åkt på en isgata eller liknande vet av erfarenhet, att detta villkor behöver kompletteras. Den maximala friktionen Mgf mot underlaget (f = friktionskoefficienten) måste dessutom vara minst lika stor som centrifugalkraften Mv^2/R, så att cykeln inte glider åt sidan. Detta ger

$$\frac{v^2}{gR} \leqslant f \tag{2}$$

Vid minskad friktion måste man antingen minska på hastigheten eller också ta ut svängen bättre.

Ytterligare en kommentar behövs till ekvation (1). Vill man vara alldeles exakt, får man inte räkna med hela massan som koncentrerad till tyngdpunkten, när man bildar centrifugalkraften, och det är också tydligt att olika punkter på cykeln rör sig längs cirklar med olika radier. Men det är inte absolut matematisk exakthet som är viktig här; det intressanta för oss är att få fram de allmänna huvuddragen, och därtill räcker det med en något approximativ behandling, som blir genomgående också i fortsättningen.[1]

Grundproblem

Vad jag nu sagt om jämviktsvillkor var mest ämnat som en allmän bakgrund till det följande. Men låt oss nu anta att vi — eller vår adept — kommit upp på cykeln och uppnått jämviktsläget; cykeln susar framåt med hastigheten v. I den situationen inställer sig genast två grundläggande problem inom all cykelåkning:

1. Hur skall man bära sig åt för att välta?
2. Hur skall man kunna undvika att göra det?

Det första problemet är onekligen enklast. Jämviktsläget är ju synnerligen labilt, och den minsta rubbning, så att tyngdpunkten inte längre kommer vertikalt över hjulens förbindelselinje, utlöser effekter som redan nybörjaren är expert på att fullfölja. Men fullt så enkel var frågan ändå inte avsedd att vara. Vad vi vill göra är nämligen inte så mycket att på godtyckligt sätt återknyta kontakten med underlaget som någonting annat. Vi har sett att när man vänder åt höger exempelvis, så måste man luta över cykeln åt

[1] En utförlig framställning finner man i KLEIN-SOMMERFELD, *Theorie des Kreisels* (Leipzig 1910, S. 863—884), som också innehåller hänvisningar till originalavhandlingar. Vissa delar av teorien återges även i t. ex. TIMOSHENKO-YOUNG, *Advanced Dynamics* (New York etc. 1948, p. 239—243).

höger — om man bara vrider på styret, slungas man av centrifugalkraften ut åt andra hållet. Det är därför en överlutning åt ett bestämt håll som vi vill kunna åstadkomma. Om nu detta i praktiken utföres genom att så att säga trycka ner cykeln eller på liknande sätt, så är effekten alltid förknippad med en rörelse av kroppen i förhållande till cykeln eller av kroppens olika delar inbördes.

Jag skall här nöja mig med en antydan. Vid en inträdande ren tyngdpunktsförflyttning av kroppen åt *vänster* gentemot cykeln kommer denna att från cyklisten erfara en reaktionskraft i motsatt riktning. Under inverkan härav vill den vrida sig kring ett svängningscentrum, så att nedre ändan skulle göra ett utslag åt vänster, om detta inte hindrats av friktionen mot underlaget. Friktionskraften blir därför riktad åt höger. Eftersom det är den enda yttre kraft som angriper på systemet (cykel + cyklist) i horisontalled, måste den gemensamma tyngdpunkten börja röra sig åt *höger*. Och har en sådan förskjutning väl påbörjats, ställer tyngden om att utslaget förstoras.

I det sammanhanget kan man vara frestad att påtala en detalj i vägtrafikstadgan (§ 5). Som bekant hör det till att ge tecken när man ändrar färdriktning. Nu är det förstås en ren konventionssak hur detta skall göras, och det rationella borde naturligtvis vara att sträcka ut *vänster* arm när man tänker vika åt *höger*; detta borde efter vad vi just har sett bidra till det önskade överslaget åt höger. Man kan också då och då få se något sådant demonstrerat i trafiken — möjligen ett utslag av en i och för sig mycket sund instinkt. Men uppfatta inte detta som en kampsignal för att få till stånd en ändring av gällande förordningar! Armens massa är så pass liten, och människokroppen har så många frihetsgrader, att inverkan av armrörelsen helt uppväges av andra, kanske omedvetna kroppsrörelser.

Det kan påpekas att en fysiker nog finner det enklare att tillgripa den s. k. *impulsmomentlagen* i stället för att använda överläggningar i stil med den som här ovan skisserats. En partikels impulsmoment kring en axel bildas på samma sätt som kraftmoment, men med impuls (= massa • hastighet) i stället för kraft: det är produkten av massan, hastigheten vinkelrätt mot axeln och det vinkelräta avståndet. För ett sammansatt system får man impulsmomentet genom att summera över de olika smådelarnas bidrag. Lagen uttalar, att så länge det totala yttre kraftmomentet kring axeln är noll, förblir totala impulsmomentet konstant (alltså noll om det var noll från början). Väljes förbindelselinjen mellan hjulens understödspunkter till axel, kan man härav få fram hur lutningen påverkas vid olika rörelser i förhållande till cykeln.

Det är tydligt att sådana kroppsrörelser också kan hjälpa till att lösa det andra problemet, att bibehålla jämvikten — man utnyttjar då på ett skickligt sätt impulsmomentlagen. En balanskonstnär behärskar denna särskilt väl. Men det skulle föra för långt att försöka gå in på den saken mera detaljerat, särskilt som vi framför allt intresserar oss för om det går att cykla utan att vara någon större balanseringsexpert. Ännu en stabiliseringsmöjlighet står i själva verket cyklisten till buds, nämligen den att vrida på styret. Detta kan vi utläsa genom att gå tillbaka till vår jämviktsekvation (1). Enligt fig. 1 är $R \operatorname{tg} \alpha = a$, varför ekv. (1) kan skrivas

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{v^2}{ag} \operatorname{tg} \alpha \qquad (3)$$

Jag påminner om att γ är lutningsvinkeln och α väsentligen framhjulets vridningsvinkel. Vi ser att om cykeln håller på att slå över åt låt oss säga höger, dvs. om γ växer upp från noll, har man att vrida framhjulet åt höger (α större), så att den växande centrifugalkraften motverkar fallet och rätar upp cykeln igen.

Det väsentliga vid denna stabilisering är alltså att man utlöser centrifugalkraftverkningar: vid framhjulets vridning fortsätter cykeln inte längre rakt fram utan börjar gå i en krökt bana, varvid centrifugalkrafter uppträder. Tydligen får hastigheten v inte vara för liten, om dessa skall kunna medföra önskad effekt.

Matematiskt mellanspel

Vår sista överläggning var inte alldeles tillfredsställande ur matematisk synpunkt. Ekvation (3) gäller ju bara vid jämvikt, och när vinklarna håller på att variera behöver den kompletteras. Den saken skall vi bättra på nu, men i gengäld skall vi göra en approximation i ett annat avseende. I fortsättningen kommer vi bara att betrakta sådana lägen av cykeln som avviker relativt obetydligt från det vertikala jämviktsläget: vinklarna α och γ förutsättes så små, att tangenten för en vinkel kan ersättas med vinkeln själv. (Radianmått! Vinkel definieras som förhållandet mellan båge och radie.)

Genom att låta vinklarna i fig. 1 och 2 ändras litet grand finner man att tyngdpunktens hastighet i radiell led in mot krökningscentrum approximativt blir $= h\frac{d\gamma}{dt} + b\frac{d\beta}{dt}$. Vidare kan cykelns hastighet uttryckas som $v = R\, d\beta/dt$, dvs. $d\beta/dt = v/R \approx v\alpha/a$ (enligt $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$). Rörelseekvationen *massa · acceleration = kraft* ger då:

$$M\frac{d}{dt}\left(h\frac{d\gamma}{dt} + \frac{bv}{a}\alpha\right) = Mg\gamma - \frac{Mv^2}{R}$$

där kraftuttrycket till höger framgår av fig. 2. Om variationerna i v försummas:

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} + \frac{bv}{ah}\frac{d\alpha}{dt} = \frac{g}{h}\left(\gamma - \frac{v^2}{ag}\alpha\right) \tag{4}$$

Vid försvinnande tidsderivator reduceras denna differentialekvation till den enkla jämviktsformeln (3) (små vinklar). Blir däremot jämvikten störd genom någon yttre rubbning, så att lutningsvinkeln γ blivit för stor, bör man ge framhjulet en sådan vinkelhastighet $d\alpha/dt$ i sidoriktningen, att $d^2\gamma/dt^2$ får rätt tecken för att cykeln skall börja räta upp sig igen. På grund av faktorn v framför $d\alpha/dt$ ser vi på nytt att detta går lättare ju större hastigheten är; vid stora hastigheter behövs bara obetydliga ändringar av α.

Den vane cyklisten integrerar ekvationen blixtsnabbt och automatiskt i huvudet, en prestation fullt jämförlig med de moderna matematikmaskinernas. Att inte nybörjaren hinner med i den takten, skall vi inte förtänka honom — särskilt om han inte satt sig in i ekvationen på förhand.

Egenstabilisering

Även om en framgångsrik cyklist alltså kan ha rätt att känna en viss matematisk stolthet, är det nog inte utan att han ibland har en känsla av att ett alltför starkt beröm är oförtjänt och att han egentligen inte alls behöver sitta och påpassligt utföra små vridningar av styret fram och tillbaka, så som man kunde vänta av det föregående. Det verkar som om cykeln kunde klara inställningen rätt bra själv — inte minst när man cyklar utan att hålla i styret alls.

Tillvägagångssättet är härvid som bekant följande. Man cyklar rakt fram och ökar farten till något lämpligt belopp, man låter blicken en sista gång svepa över omgivningarna — och konstaterar i förbigående att inga blå uniformer syns i närheten —, och så släpper man styrstången. I lyckligare fall händer sedan ingenting särskilt. Varför?

Det enda sätt på vilket cyklisten nu kan påverka jämvikten är genom kroppsrörelser. Antag först att han på det sättet lyckas hålla cykeln absolut upprätt; kvar står ändå frågan varför framhjulet håller sig i linje med bakhjulet och inte ger sig ut åt sidan. Samma problem uppkommer, om man leder cykeln genom att hålla i sadeln eller pakethållaren.

På sina ställen kan man finna det påståendet, att en vridning av framhjulet skulle medföra en höjning av cykeln och att det därför är tyngden som tvingar hjulet att gå rakt. Misstag! Styraxeln är

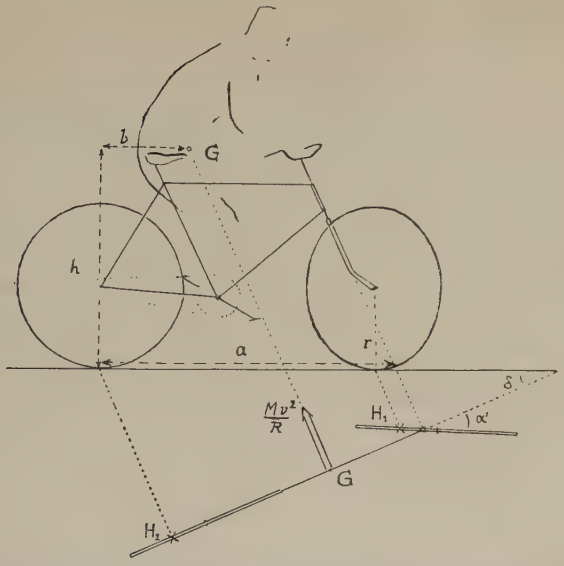


Fig. 3. Cykeln upprätt men framhjulet vridet. Den undre figuren är projektionen på ett plan vinkelrätt mot styraxeln. För små vinklar α är $\alpha' = \alpha / \cos \delta$, där δ är styraxelns vinkel med vertikalen.

normalt riktad så, att dess förlängning träffar marken framför hjulets kontaktpunkt (fig. 3), och som man lätt konstaterar kommer tyngdpunkten då att något sänkas vid en vridning. Alltså vill cykelns tyngd i stället förstora vridningen och ingalunda motverka den.

Vi får tydligen söka en motsatt effekt, och en sådan (det finns fler, jfr nedan) har vi i centrifugalkraftens inverkan. Antag att framhjulet förts åt sidan, så att vi får det tillstånd som illustreras i fig. 3. Bortsett från rullningsrörelsen framåt kan rörelsemöjligheterna sägas vara desamma som för en länkmekanism vridbar kring de fasta punkterna H_1 och H_2. Av figuren framgår omedelbart, att centrifugalkraften Mv^2/R vill minska utslagsvinkeln. När hastigheten inte är alltför liten, överväger denna effekt över den motsatta inverkan av tyngdkraften.

Ja, detta var om cykeln tvingas att gå absolut upprätt. Men om cyklisten far fram med händerna på ryggen och med kroppen orörlig, måste då inte den minsta rubbning ur vertikalläget leda till katastrof? Nej, det är inte nödvändigt; cykeln är faktiskt så förekommande att den i viss utsträckning på egen hand ställer om

att jämvikten återställes. Jag skall genast avslöja hur den bär sig åt. Som vi just har sett, håller sig framhjulet i samma plan som bakhjulet så länge detta plan är vertikalt, men börjar cykeln luta över åt ena sidan, kommer det in andra effekter, som får hjulet att svänga ut åt samma sida. Om inte cyklisten vrider på styret, gör cykeln det alltså själv och med samma verkan: banan börjar kröka av, centrifugalkrafter uppkommer, och cykeln rätas upp.

Vår närmaste uppgift blir att undersöka hur framhjulets rörelse kommer till stånd. I stort sett samverkar två faktorer, varav den ena är betingad av tyngden. Minst lika betydelsefulla och dessutom intressantare är emellertid de effekter som framkallas genom gyroskopverkan. Inför dem måste vi hejda oss litet längre.

Det är välkänt att om man trycker mot axeln i en roterande snurra (ett gyroskop), så avviker den i en oväntad riktning, i huvudsak vinkelrätt mot kraften. En kvantitativ regel för uppförandet kan vi få med hjälp av det tidigare berörda impulsmomentet. För en snurra i form av en ring med radien r och massan m, roterande kring sin axel med vinkelhastigheten ω, blir impulsmomentet $L=mr^2\omega=I\omega$ ($I=mr^2$ är det s. k. tröghetsmomentet). Fullständigare representeras impulsmomentet med en riktad pil eller vektor $\vec{L}$ längs rotationsaxeln; riktningen sammanhänger med omloppsriktningen enligt skruvregeln, dvs. på samma sätt som inskjutningsriktningen sammanhänger med vridningsriktningen för en vanlig högergängad skruv. Påverkas nu axeln av ett kraftpar enligt fig. 4, svarar mot detta ett kraftmoment $\vec{M}$ (kraft · hävstångsarm), också en vektor. Denna står vinkelrätt mot krafternas plan, och orienteringen bestämmes också här av skruvregeln.

Det är en konsekvens av rörelselagarna, att tidsderivatan av impulsmomentet är lika med kraftmomentet:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M} \tag{5}$$

Vår tidigare formulering av impulsmomentlagen är ett specialfall av ekvation (5). Av denna ser man också i det nu aktuella exemplet hur snurrans axel (som i stort sett sammanfaller med $\vec{L}$) kommer att avvika: *ändringen* av $\vec{L}$ har samma riktning som kraftmomentet $\vec{M}$.

I cykeln bildar framhjulet en sådan snurra, som normalt roterar kring en horisontell axel, och enligt vår konvention pekar då impulsmomentvektorn rakt ut åt vänster. Låt oss nu se vad som händer när cykeln börjar falla över åt ena sidan — som förut kan

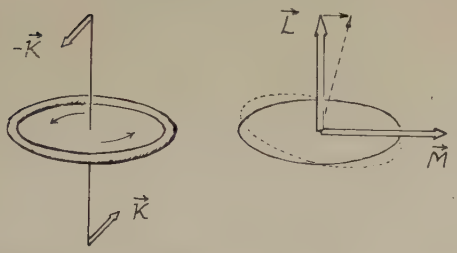


Fig. 4. Roterande snurra påverkad av kraftpar. Längden av impulsmomentvektorn $\vec{L}$ är $I\omega$, och längden av kraftmomentvektorn $\vec{M}$ är Kl (l=vinkelräta avståndet mellan krafterna $\vec{K}$ och $-\vec{K}$).

vi anta att det är åt höger. Ett grovt resonemang är följande. Resten av cykeln vill dra framhjulet med sig i fallet, vilket innebär att ett vridande moment utövas på framhjulsaxeln. Betraktat som vektor är detta moment riktat framåt. I överensstämmelse med ekv. (5) måste då impulsmomentets vektorpil ändras så att pilspetsen föres framåt (jfr fig. 4), och hjulet slår ut åt höger.

Denna effekt kan lätt demonstreras på följande sätt. Man håller cykeln i ramen med framhjulet fritt, och lutar så över cykeln åt höger. Härvid kommer hjulet att svänga ut åt höger på grund av sin egen tyngd. Ger man hjulet en rotation i samma riktning som vid fart framåt, påskyndas utslaget genom gyroskopverkan enligt ekv. (5) (gyroskopeffekten är i själva verket påpassligare än tyngdeffekten). Tydligare syns detta, om man i stället låter hjulet rotera i motsatt riktning: när cykeln lutas över åt höger, gör hjulet då ett utslag åt vänster.

Mera matematik

För att något mera detaljerat och invändningsfritt kunna behandla gyroskopeffekten vill vi ett ögonblick betrakta en cykel med rent vertikal styraxel. I så fall kan man nämligen bortse från andra effekter — varken tyngden eller centrifugalkraften får någon direkt inverkan på framhjulets vridning. Bilda nu framhjulets impulsmoment L_z kring en vertikal uppåtriktad z-axel genom understödspunkten. Eftersom de krafter som angriper på framhjulet inte har något vridande moment kring denna axel, blir enligt (5) L_z konstant $= 0$. Hjulets rotation svarar mot ett impulsmoment $I\omega = Iv/r$ vinkelrätt mot hjulets plan; vid en inträdande lutning γ får vi härav ett bidrag till L_z lika med $I\omega \sin\gamma \approx Iv\gamma/r$. Detta måste kompenseras genom att hjulet får en rotation även kring styraxeln.

Enligt fig. 1 kan vinkelhastigheten för denna rörelse skrivas $\frac{d}{dt}(\alpha+\beta)=\frac{d\alpha}{dt}+\frac{v}{a}\alpha$, svarande mot ett impulsmoment $-\frac{I}{2}\left(\frac{d\alpha}{dt}+\frac{v}{a}\alpha\right)$ i z-riktningen (tröghetsmomentet kring styraxeln är $I/2$, om själva styrets vikt försummas). Således blir i den betraktade approximationen:

$$L_z = I\frac{v}{r}\gamma - \frac{I}{2}\left(\frac{d\alpha}{dt}+\frac{v}{a}\alpha\right)$$

$L_z=0$ ger:

$$\frac{d\alpha}{dt}+\frac{v}{a}\alpha-\frac{2v}{r}\gamma=0 \qquad (6)$$

Först en parentes. Om $\gamma=0$ får $d\alpha/dt$ och α olika tecken, varför α måste närma sig värdet noll. Även gyroskopeffekten medverkar alltså till att pressa in framhjulet i bakhjulets plan, då cykeln hålles upprätt.

I det allmänna fallet kan vi kvalitativt se vad ekvationen innebär på följande sätt. Antag att cykeln börjat falla över åt höger (γ positivt). I första ögonblicket är $\alpha=0$, så att $d\alpha/dt=2v\gamma/r>0$, dvs. framhjulet börjar vrida sig åt höger. Det är vad vi fått förut, men nu kan vi gå ett steg längre. Cykelns rörelse regleras ju inte bara av (6) utan av ekvationerna (4) och (6) tillsammans. Innan framhjulet hunnit vridas något nämnvärt ($\alpha\approx 0$), blir (4) vid användning av (6):

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2}=-\left(\frac{2bv^2}{ahr}-\frac{g}{h}\right)\gamma$$

För

$$v^2>\frac{arg}{2b} \qquad (7)$$

blir alltså $d^2\gamma/dt^2<0$ (motsatt tecken mot γ): vid tillräckligt stora hastigheter — med $b\sim r$ och $a=12$ dm skulle (7) ge $v>9$ km/tim — hejdas fallet, och cykeln rätas sedan automatiskt upp igen. Härvid börjar gyroskopeffekten verka i motsatt riktning, så att framhjulet svänger tillbaka, något försenat i förhållande till γ. I fortsättningen kommer rörelsen att bestå i svängningar fram och tillbaka kring jämviktsläget — det är åtminstone vad vi kan vänta enligt denna ganska grova överläggning.

Nu är det ingen svårighet att lösa ekvationssystemet (4), (6) exakt, men det skulle inte tjäna mycket till, eftersom förutsättningen om en vertikal styraxel ändå inte är uppfylld i verkligheten. Den ekvation som annars ersätter (6) blir betydligt mindre överskådlig. En fullt genomförd räkning från 1899 (Whipple), då cykeln fått i stort sett samma utseende som nu, gav emellertid till

Beställ Ert exemplar av

PHILIPS nya mätinstrumentkatalog!

● Den nya mätinstrumentkatalogen, som snart är färdig, utgör en översikt av de vanligaste Philipsinstrumenten. Den visar instrumenten i bild, anger de vanligaste användningsområdena jämte data för respektive instrument.

Posta kupongen idag och vi sänder Er ett exemplar!

Till Svenska AB Philips, Postfack 6077, Stockholm 6

Var god sänd Er nya mätinstrumentkatalog

namn .....

adress .....

.....

postadress .....

Elementa

Gumperts fysikmateriel

enligt **uppbyggnadsprincipen** består av en serie delar, som kan sammanbyggas till olika apparater för en mängd fysikaliska försök.

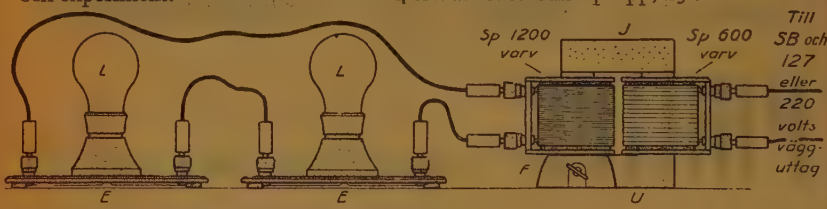
En serie experiment- och arbetsblad till hjälp för lärare och elever utarbetas successivt för folk- och realskolornas kurser. Nedan visas ett av de upptagna försöken avseende elektriska transformatorer.

Följande tillbehör användes:

U-kärna, lamellerad (U), Järnkärna, lamellerad (J), Fot till U-kärna (F), 1 spole, 600 varv (Sp), 1 spole, 1200 varv (Sp), 2 st. 220-voltslampor (ev. 130 V) (L), 2 Lampfattningar med Edisonfattning normal (E), 4 sladdar med bananpropp, 25 cm.

Pedagogiskt riktigt — elevernas självverksamhet sporras, då de själva kan vara med om att bygga upp den apparatur, som behövs för ett visst experiment.

Ekonomiskt — samma detaljer kan användas för flera olika apparater och experiment.



Dessutom finns *färdiga apparater* såsom värmemotorer, generatorer, mätinstrument samt apparater för påvisandet av de fysikaliska grundlagarna etc.

Uppgift: 220 V eller 127 V skall *transformeras upp* till dubbla spänningen.

Redogörelse lämnas sedan i arbetsbladet för försökets uppbyggnad, varefter följer

Frågor att besvaras av eleverna.

För kemiundervisningen:

Laboratorieglas, stativ med tillbeh., brännare m.m. för omg.lev.

Begär vår nya katalog över skolmateriel!

Gumperts AB

SKOLAVDELNINGEN — GÖTEBORG

resultat att jämvikten var fullständigt stabil för hastigheter mellan 16 och 20 km/tim, annars instabil. Även om de siffrorna måste ändras för modernare cykelmodeller, blir nog tendensen densamma: instabilitet vid alltför små och alltför stora hastigheter.

I denna formulering verkar resultatet rätt överraskande. Att man får instabilitet vid låg fart är inte mer än väntat och stämmer också med erfarenheten, men det gör knappast påståendet om de höga hastigheterna. I själva verket är det inte heller så farligt med den instabiliteten. Cykeln skulle utföra svängningar kring jämviktsläget med en så långsamt växande amplitud, att cyklisten har god tid på sig att med obetydliga och för honom själv kanske helt omärkliga kroppsrörelser återställa jämvikten. Att det överhuvud taget blir någon instabilitet vid höga hastigheter kan sägas bero på att de uppträdande centrifugalkrafterna genom framhjulets inpressning i bakhjulets plan blir för små, men i praktiken är detta alltså betydelselöst.

Sammanfattning

Vi kan nu sammanställa våra resultat. Möjligheten att hålla cykeln upprätt åstadkommes genom en samverkan mellan olika faktorer: genom att cyklisten medelst kroppsrörelser kan utnyttja impulsmomentlagen i lämplig riktning, och genom att cykeln kan rätas upp med hjälp av centrifugalkraftverkningar. Dessa kan utlösas genom att cyklisten vrider på styret men också, om hastigheten är tillräckligt hög, genom framhjulets egen automatiska rörelse, till vilken väsentligen bidrar gyroskopverkningarna till följd av hjulets rotation. Rotationseffekten medverkar alltså endast indirekt till stabiliseringen.

En liten anmärkning är kanske på sin plats. När jag säger att centrifugalkrafterna uppkommer då framhjulet vrides och banan kröker av, verkar det kanske som om färden måste bli mycket vinglig. Det är nu inte alls fallet. Vid höga hastigheter hinner cykeln aldrig avlägsna sig mer än mycket obetydligt från jämviktsläget, och det blir bara fråga om små och tämligen snabba svängningar. Men väsentliga är de — vore framaxeln absolut fast, skulle man förmodligen behöva utveckla alla sina ekvilibristiska talanger för att hålla cykeln på rätt köl.

Låt oss nu till slut — innan vi alldeles glömt bort honom — återvända till vår nybörjare. Vi har förklarat för honom att det verkligen går att cykla och att cykeln rentav hjälper till själv, vilket bör verka uppmuntrande. Men det är åtskilliga frågor som vi här har måst förbigå: understödspunkterna är egentligen inga punkter, och så har vi inverkan av friktion och luftmotstånd, av

ojämnheter i vägbanan och annat. Dessutom skulle nog bara en sådan sak som påstigningstekniken fordra ett helt kapitel för sig, om den skulle behandlas matematiskt. Inför utsikten att bli serverad en utredning även av dessa återstående frågor kan det nog hända att vår förhoppningsfulle adept (särskilt om han är av vanlig medelålder) smyger sig bort från formlerna och övergår till det gamla hederliga sättet att lära sig åka cykel, genom »trial and error». Och när allt kommer omkring är det kanske ungefär lika enkelt, det!

Nytt logaritmiskt papper

Ett för kemister särskilt lämpligt logaritmiskt papper har kommit i handeln. Det har tillverkats i A3-format hos Esselte och säljes under beteckningen »nr 4386» från J. O. Öberg i Eskilstuna. Ett block om 25 blad kostar kr. 9:50. Rutnätet är avsett att återgiva ångtryckskurvor som räta linjer, och därmed underlättas all interpolering och extrapolering ävensom bedömning av observerade samhörande värden på tryck och temperatur. Temperaturintervallet sträcker sig från $t=-40°$ C till $t=+400°$ C och tryckintervallet från $p=6$ till $p=16\,000$ i godtyckliga enheter. Ordinatan återger $\log p$ och abskissan är beräknad att återgiva $-1:(273{,}15+t)$. Därmed ansluter sig rutnätet till återgivande av ångtrycksformler av typen: $\log p=A-B/T$, där $T=$abs.temp. Mättad ångas tryck kan som bekant med stor noggrannhet beskrivas med hjälp av denna enkla relation.

Det nya papperet hälsas välkommet som ett gott hjälpmedel till gagn för kemister, fysiker och ångtekniker.

J. Tandberg

Optisk forskning i Sverige

Av lektor Torsten Jönsson, Stockholm

Den naturvetenskapliga forskningsverksamheten i Sverige var fram till slutet av andra världskriget kvantitativt föga betydande. De vetenskapliga institutionerna arbetade under svåra villkor. Verkningsgraden var dålig på grund av otillräckliga instrumentella och verkstadstekniska resurser samt ringa eller i många fall ingen tillgång till personal för apparattillverkning och rutinarbeten. Anslagen för inköp av böcker och tidskrifter voro små, möjligheterna till direkt kontakt med utländska forskningscentra starkt beskurna. De yngre forskarna voro i regel oavlönade; övertygelsen att forskaren skall ställa sin arbetskraft och sina resultat till samhällets förfogande utan ekonomiskt vederlag var starkt befäst. Publiceringen av forskningsresultat fick i stor utsträckning bekostas av forskarna själva. Den som ville ägna sig åt forskning som livsuppgift måste antingen ha god privat ekonomi eller också underkasta sig avsevärda personliga försakelser. Forskningsverksamheten kunde hållas i gång nödtorftigt huvudsakligen tack vare kravet på disputation för lektorskompetens. Flertalet forskare övergick till annan verksamhet, vanligen läraryrket, antingen omedelbart efter disputationen eller efter ett antal docentår. Många forskarbegåvningar nödgades av ekonomiska skäl avbryta studierna efter att ha avlagt en lägre examen. Genom denna hushållning erhöll landet en efter internationell måttstock högkvalificerad kår av lärare för elementarundervisningen.

Under tiden mellan världskrigen ägde en intensifiering rum inom några discipliner, därigenom att framstående forskare, som även ägde förmågan att stimulera samfund och enskilda till ekonomiskt bistånd, bildade skolor, som inom begränsade forskningsområden uppnådde internationellt rykte. Denna av tillgängliga resurser betingade koncentration var självfallet inte enbart av godo. För stark specialisering inom en disciplin medför nämligen lätt, att utvecklingstendenser, som framträda utomlands, inte bli uppmärksammade i tid eller uppskattade till sitt rätta värde. Vissa forskningsområden, som utomlands utvecklades till självständiga veten-

skaper, fingo här inga företrädare. Inom några discipliner hotade forskningsverksamheten att avstanna alldeles.

I fråga om den tekniska forskningen var läget ännu dystrare. Jämfört med övriga kulturländer förekom dylik forskning i mycket obetydlig omfattning i vårt land.

Genom den omställning till självhushåll, som framtvingades av andra världskrigets utbrott, började man komma till insikt om landets efterblivenhet i fråga om målforskningen. Sålunda tillsattes 1940 en statlig kommitté för att utreda frågan om den tekniskvetenskapliga forskningens ordnande, och denna kommittés arbete resulterade i riksdagsbeslut hösten 1942 om inrättande av ett statens tekniska forskningsråd. Den tekniska forskningen fick i samband härmed ökat statligt stöd, men resultaten blevo under kriget rätt blygsamma; en effektiv och mångsidig forskarkader kan av naturliga skäl inte dras upp i en handvändning.

Mot slutet av kriget inströmmade informationer med till en början nästan chockartad verkan i vårt land. Man fick med ens klart för sig, att stora och viktiga områden hade helt försummats, och vidare att framgångsrik målforskning förutsätter mångsidig grundforskning. Man började också så småningom komma till insikt om att naturvetenskaplig grundforskning och teknisk målforskning höra så intimt ihop — de befordra varandra växelvis — att en gränsdragning inte har någon mening. På hösten 1946 inrättades statens naturvetenskapliga forskningsråd.

Den allmänna opinionens och myndigheternas ändrade inställning till forskningen har medfört en hel rad av åtgärder. Våra universitets och fackhögskolors vetenskapliga institutioner ha nu fått sådana resurser i fråga om materiel och personal, att förkrigstidens primitiva former för forskningsverksamhet kunnat ersättas med mera rationella sådana. Ett antal fristående forskningsinstitut, huvudsakligen för målforskning, har upprättats. Principen att forskningsarbete skall vara oavlönat har i viss utsträckning frångåtts, vilket medfört en betydande utökning av landets kader av aktiva vetenskapsmän.

Resultaten av statsmakternas ökade förståelse för forskningen som standardhöjande faktor kunde självfallet inte visa sig omedelbart men börja nu komma fram. Den livliga forskningsverksamheten i vårt land demonstreras åskådligt av de svenska och internationella facktidskrifterna, av forskningsrådens årsredogörelser och av det med varje år ökade antalet disputationer för doktorsgrad.

Emellertid kunna hittills vidtagna åtgärder inte anses vara tillfyllest.

Det kan t. ex. inte anses vara god hushållning, att de högre skolornas lärare, bland vilka finnas många utmärkta forskarbegåvningar, skola, i motsats till vad förhållandet är sedan gammalt inom den anglosachsiska kulturvärlden, vara utestängda från fortsatt forskningsverksamhet. Om denna kategori bereddes möjligheter till forskning, skulle detta inte endast medföra ett tillskott till landets aktiva forskarkader utan även verka stimulerande på skolans arbete.

Det finns också betydelsefulla forskningsområden, som ännu inte äro tillfredsställande tillgodosedda.

En sådan vetenskapsgren är optiken.

I elementära läroböcker och populära uppslagsverk brukar det fastslås kort och gott, att optik är läran om ljuset. Denna definition var adekvat för ett par hundra år sedan. Nu torde det vara omöjligt att kortfattat ange vad som skall räknas till optikens område; överhuvud är det svårt att dra rågångar mellan vetenskaper. Men om man i likhet med Optikkommittén (jfr nedan) med optik och området för optisk forskning menar allt grund- och målforskningsarbete för och inom den optiska instrumentkonstruktionen och den optiska tekniken, som avser att skapa produkter för vetenskaplig, allmän och militär användning, men till optiken inte räknar rön och problem vid användningen av optiska hjälpmedel, så är man berättigad påstå, att optiken till helt nyligen varit svagt företrädd i vårt land.

Inom den teoretiska optiken, närmare bestämt strålgångskonstruktionernas geometri, ha vi haft två framstående forskare, S. Klingenstierna och A. Gullstrand; dessas arbeten fortsattes inte inom Sverige.

Övriga svenska insatser på optikens område ha gjorts av vetenskapsmän, som behövt optiska instrument som hjälpmedel.

Spektroskopien har ju under närmare 100 år varit det forskningsfält, som bearbetats flitigast av svenska fysiker. De äldre spektroskopisterna, t. ex. A. J. Ångström, T. R. Thalén, J. R. Rydberg, G. Hasselberg, använde huvudsakligen importerade instrument, men M. Siegbahns, E. Hulthéns och J. Kochs skolor ha i rätt stor utsträckning arbetat med egna instrumentkonstruktioner. Vidare ha optiska nykonstruktioner utförts av forskare, verksamma inom växtfysiologien (H. Lundegårdh), astronomien (B. Lindblad och medarbetare), den fysikaliska kemien, biokemien och biofysiken (The Svedberg, A. Tiselius och medarbetare) samt cellforskningen (T. Caspersson och medarbetare).

Emellertid är våra laboratoriers optiska utrustning övervägande av utländsk tillverkning.

Den akademiska undervisningen i optik har, även på licentiatstadiet, varit jämförelsevis elementär och föga ägnad att förbereda originalinsatser från svensk sida.

Det första svenska företaget för kommersiell tillverkning av optiska instrument startades under första världskriget i Uppsala av universitetsinstrumentmakare G. Rose, men instrumenttillverkningen lades ner efter ett halvt dussin år.

Genom utbrottet av andra världskriget blev försörjningsläget beträffande optiska instrument ytterst kritiskt, särskilt för krigsmakten. Den civila forskningen kunde inte alls tillgodoses. Inte ens försörjningen med vanliga glasögonglas var fullt tryggad.

I detta läge startade Svenska ackumulatoraktiebolaget Jungner och Svenska aktiebolaget Gasaccumulator (AGA) tillverkning av optisk materiel. Denna tillverkning fick på kort tid imponerande omfattning, vilket är så mycket mera aktningsvärt som man i mycket obetydlig utsträckning kunde bygga på utländska erfarenheter; beräkningsmetoder och recept, som utarbetats utomlands, hade till största delen hållits hemliga inom respektive firmor. Bearbetningsmaskiner och kontrollinstrument måste konstrueras, och personalen fick själv skaffa sig erfarenhet av optisk tillverkning.

Jungnerbolagets produktion under krigsåren dominerades av kikare, siktapparater för luftvärn m. m., periskop och kontrollinstrument. Företaget har nu en synnerligen mångsidig tillverkning av instrument för civilt bruk, bl. a. kikare, mikroskop, interferometrar, geodetiska instrument, samt av optiska element såsom linser, prismor, mikroskalor och streckplattor. Jungnerbolaget har egen tillverkning av optiskt glas och är beträffande de vanligaste sorterna självförsörjande.

AGA, som är det ledande företaget på fyrteknikens område och som sedan G. Daléns tid hade erfarenhet av precisionsslipning av glas, specialiserade sig under kriget på större instrument, bl. a. avståndsmätare. Dess tillverkning är fortfarande i huvudsak inriktad på stora instrument, såsom astronomiska och geodetiska instrument samt flygkameror och större specialdetaljer.

Ehuru vårt land nu har ett par optiska industrier med skicklig vetenskaplig och teknisk ledning och kunnig arbetarstam, finns det naturligtvis en viss risk för att vi ännu en gång kunna råka i samma situation som 1939. Man kan dessutom inte begära, att enskilda företag skola belasta sina konstruktionsavdelningar och laboratorier med alla de optiska forsknings- och kontrolluppgifter, som sammanhänga med nutida teknik; åtskilliga av dessa uppgifter äro av mycket speciell natur och av den beskaffenheten, att resul-

taten inte direkt kunna utnyttjas kommersiellt. Ur ren säkerhetssynpunkt är det nödvändigt, att Staten sörjer för en kontinuerlig utbildning av kvalificerade optiker. Det vore dessutom, rent vetenskapligt sett, ett orimligt förhållande, om optiken, som utgör en viktig hjälpvetenskap för flertalet naturvetenskapliga, tekniska och medicinska discipliner, även i fortsättningen skulle komma att sakna målsmän utanför den privata företagsamheten.

Statens tekniska forskningsråd har jämlikt sin instruktion till uppgift bl. a. att ta initiativ till främjande av forskning av betydelse för näringslivet. I slutet av 1948 tillsatte rådet en kommitté, efter komplettering bestående av prof. M. Siegbahn (ordf.), överdir. A. Björkeson, professorerna G. Borelius, B. Lindblad och R. Woxén samt docent E. Ingelstam (sekr.), med uppgift att utreda behovet av optisk forskning samt föreslå lämpliga åtgärder för sådan forskning. Denna kommitté, Optikkommittén, avlämnade i november 1949 ett digert betänkande,[1] som utmynnar i ett förslag om upprättande av ett optiskt institut, förlagt i omedelbar närhet av tekniska högskolan i Stockholm och med ungefär samma status som ett flertal på senare tid tillkomna fristående forskningsinstitut, t. ex. Svenska träforskningsinstitutet, dvs. med Staten och en stiftelse av industrier som ekonomiska huvudmän. Redan samma månad hemställde de tekniska och naturvetenskapliga forskningsråden i gemensam skrivelse till Kungl. Maj:t, att förslag måtte föreläggas riksdagen om upprättande av ett institut i enlighet med Optikkommitténs riktlinjer. Denna hemställan har tillstyrkts av samtliga remissinstanser (med undantag av Statskontoret), med särskilt eftertryck av de militära och medicinska instanserna. Ärendet handlägges inom Handelsdepartementet, men i 1951 års trängda budget har handelsministern inte kunnat lägga in förslaget.

Det är beklagligt, att Optikkommitténs föredömliga utredning inte framställts i större upplaga och gjorts tillgänglig i bokhandeln (den finns emellertid på de vetenskapliga biblioteken). Den innehåller nämligen en hel del för en fysiker intressant material, som inte utan stort besvär kan letas fram på annat sätt. Den behandlar relativt utförligt den optiska forskningen och den optiska industrien i Sverige och utomlands, såväl den historiska utvecklingen som det aktuella läget. Den visar, att optiska instrument och optiska mätmetoder spela en betydligt större roll inom nutida naturvetenskap, medicin, teknik och krigsväsen än man nog i allmänhet har klart för sig i vårt land.

[1] Statens Tekniska Forskningsråds Kommitté för Optik, *Utredning med förslag om inrättande av ett optiskt institut.* Stockholm 1949, 114 sid. (stenciltryck).

I samband med utredningsarbetet företog kommitténs sekreterare en utrikes resa för att närmare studera den optiska forskningen i ett antal länder. Hans reseberättelse [2] utgör ett värdefullt komplement till Optikkommitténs betänkande.

I avvaktan på det optiska institutets upprättande startade tekniska forskningsrådet optisk forskning i egen regi och under ledning av Optikkommitténs sekreterare sommaren 1949. Provisoriska lokaler ställdes till förfogande inom tekniska högskolans institution för fysik. Då det emellertid inte tillhör forskningsrådens uppgifter att bedriva självständig forskning, bildades i januari 1950 en interimistisk sammanslutning, kallad Optiknämnden, som nu driver verksamheten med anslag från de tekniska och naturvetenskapliga forskningsråden samt med inkomster av statliga och industriella uppdrag. Genom denna originella åtgärd har en angelägen forskningsverksamhet av relativt stor omfattning kunnat sättas i gång. Optiknämnden består av prof. M. Siegbahn (ordf.), prof. B. Lindblad (v. ordf.), professorerna G. Borelius och E. Hulthén, överdir. A. Björkeson (Försvarets forskningsanstalt), civiling. S. Malmström, doc. E. Ingelstam (sekr. och laboratoriechef), doc. G. Siljeholm (Lumalampan), ing. E. Aulin (AGA), ing. J. Vogl (Jungnerbolaget).

Då optiken sålunda nu äntligen fått ett centralställe i vårt land, låt vara än så länge provisoriskt, är det frestande att gå in på en utförlig redogörelse för arbetet på Optiknämndens laboratorium, men förf. måste begränsa sig till ett summariskt omnämnande av de större uppgifter, som f. n. bearbetas av doc. Ingelstam och hans båda unga, entusiastiska medarbetare, civilingenjörerna E. Djurle och P. Lindberg.

En av de viktigaste punkterna på programmet är undersökningar av fotografiska objektiv, särskilt sådana för de stora pjäserna inom kamerafamiljen, flygkamerorna och de fotogrammetriska kamerorna. På flygkameror för militärt bruk, i synnerhet kameror för snabbgående jaktplan, ställas numera mycket höga krav beträffande avbildningskvalitet och upplösningsförmåga. På laboratoriet utföres i samarbete med vederbörande svenska tillverkare beräkningar av flygkameraobjektiv, som avses skola bli minst i paritet med de bästa utländska. Därjämte undersökas och

[2] Erik Ingelstam, *Berättelse över studieresa våren 1949 till optiska institutioner i Belgien, Frankrike, Schweiz och Italien*, Stockholm 1949, 39 sid. (stenciltryck). Senare har samme författare företagit en studieresa till England; för denna redogöres i Erik Ingelstam, *Optisk forskning vid institutioner i Storbritannien*, Optiknämndens handlingar nr 5, Stockholm 1950, 15 sid. (ormigerat). Bägge skrifterna kunna erhållas från Optiknämnden, KTH, Stockholm 26.

provas flygkameror av inhemsk och främmande tillverkning. Man är dessutom sysselsatt med undersökning av fotogrammetriska kamerors felteckning; kännedom om denna är självfallet av fundamental betydelse för bedömningen av den fotografiska kartläggningsmetodens noggrannhet. I samarbete med medicinsk sakkunskap prövas möjligheterna att förbättra röntgenskärmbildskamerornas optiska egenskaper.

En ytterst omfattande uppgift är utvecklingen av sliroptik och faskontrastoptik för de höghastighetsvindtunnlar, som äro under konstruktion vid Flygtekniska försöksanstalten och andra svenska laboratorier. Med dessa anordningar ämnar man bl. a. fotografera resp. upptaga interferogram av tryckvågorna i luften vid tunnelförsöken på detaljer i reaktionsdrivna flygplan.

Ett område, som är föremål för Optiknämndens speciella omvårdnad och där vackra resultat uppnåtts, är utvecklingen av faskontrastmetoderna,[3] en av den experimentella optikens mest aktuella arbetsuppgifter. Faskontrastprincipen angavs så sent som 1934 av den mångfrestande nederländske fysikern F. Zernike; det förefaller egendomligt, att denna geniala idé, som närmast har karaktären av Columbi ägg, inte kläckts tidigare. Faskontrastmetodernas tillämpning inom mikroskopien har medfört en mycket betydande utökning av mikroskopets användbarhet, särskilt vid biologiska undersökningar; metoderna synas nu kunna utvecklas till mäktiga hjälpmedel vid en mångfald forskningsuppgifter inom naturvetenskap, teknik och medicin.

Vid internationella optikkommissionens möte i Delft 1948 (jfr Elementa *31*, 176, 1948) fick Svenska nationalkommittén för fysik, sektionen för optik,[4] i uppdrag att komplettera sin utredning om världstillgången på och världsbehovet av ritsade gitter med en utredning med förslag till kvalitetsspecificering och provningsmetoder för gitter. Under arbetet med denna senare utredning, som nu föreligger färdig,[5] aktualiserades ett flertal problem, vilket

[3] En kortfattad redogörelse för faskontrastprincipen och några av dess tillämpningar ingår i en uppsats av E. Ingelstam i *Kurs i optik* (Teknisk Tidskrifts förlag, Stockholm 1950). Utvecklingen rider emellertid fort, varför uppsatsen nu inte gör faskontrastmetoderna full rättvisa. Det skulle därför vara ytterst värdefullt, om någon av Optiknämndens forskare, då resultaten från det nuvarande expansionsstadiet kunna överblickas, ville ge en för lärare avpassad översikt, helst i Elementa, av dessa i princip enkla men synnerligen viktiga undersökningsmetoder.

[4] Sekt. för optik består f. n. av prof. E. Hulthén (ordf.), prof. B. Edlén, observator Y. Öhman, doc. E. Ingelstam (sekr.).

[5] Erik Ingelstam, *Specifications for optical gratings*. Arkiv för fysik, band 2, nr 13, 1950.

föranlett Optiknämnden att lägga upp ett program för fortsatta undersökningar på optiska gitter. Hittills har bl. a. utförts ströljusmätningar på konkavgitter enligt en ny princip samt utarbetats en ny metod för studium av de periodiska felen hos optiska gitter.

Optiknämnden har påbörjat konstruktionen av precisionsapparatur för fotometriska och spektralfotometriska arbeten; dylika mätningar komma framdeles att tillhöra de rutinmässiga arbetsuppgifterna. Det är självfallet också meningen, att de nya ljusnormalerna skola betjänas vid det blivande optiska institutet.

Vid besök på Optiknämndens laboratorium finner man, att större delen av apparatutrustningen utgöres av egna konstruktioner. Härav torde förklaras, att ett så pass omfattande arbetsprogram kunnat realiseras med jämförelsevis blygsamma anslag.

Till slut bör något sägas om den informations- och utbildningsverksamhet, som Optiknämnden bedriver.

Studerande inom tekniska högskolans fackavdelning för teknisk fysik äga utföra s. k. examensarbeten i optik. Härigenom sörjes på ett naturligt sätt för rekryteringen av optiska forskare; det har visat sig, att »exjobbare» lätt få blodad tand på optik.

Vid högskolans institutioner för fysik, fotografi och fotogrammetri förekommer under ledning av professorerna G. Borelius, H. Bäckström och B. Hallert samt doc. E. Ingelstam en anmärkningsvärt livlig kollokvieverksamhet (i regel minst ett sammanträde per vecka). I denna medverka Optiknämndens forskare flitigt med föredrag och demonstrationer. Kollokvierna få bevistas även av intresserade utanför högskolan, vilket Stockholms fysiklärare äro mycket tacksamma för.

Av Optiknämnden utges förutom skrifter, som publiceras i de vanliga facktidskrifterna, en serie rapporter, kallade Optiknämndens handlingar (i regel rotaprinttryck), som av intresserade kunna erhållas gratis eller, i fråga om mera omfångsrika arbeten, för en mindre kostnad.

Optiknämndens sekreterare är vidare kontaktman och sekreterare i Svenska nationalkommitténs för fysik sektion för optik, som i sin tur tillhör internationella optikunionen. Denna ger ut två serier av publikationer, Documents C. I. O. och Documents S. O.[6] Optiknämnden tillhandahåller förteckningar över dessa skrifter; den förmedlar även beställningar och lån.

De som vilja hålla sig à jour med utvecklingen på det optiska området ha i Optiknämnden en utmärkt informationscentral.

[6] C. I. O. = Commission Internationale d'Optique; S. O. = Section d'Optique de l'Union Internationale der Physique pure et appliquée.

Några magiska kvadrater[1]

Av lektor Agne Wahlgren, Stockholm

En magisk kvadrat av graden n utgöres av de n^2 första hela talen, sammanställda till en kvadrat, där summorna av talen i varje rad, i varje kolumn och i vardera diagonalen ha samma värde. Redan före vår tideräknings början sysslade hinduerna med dylika kvadrater. För $n=3$ finns en enda magisk kvadrat (fig. 1). Jag bortser då från att man kan få 4 kvadrater genom att vrida denna ett kvarts varv i sänder och fördubbla antalet genom att bilda dessas spegelbilder. Men de äro ju i grund och botten samma kvadrat. Antalet kvadrater växer emellertid hastigt med n, så att redan för $n=6$ anges antalet möjliga kvadrater av ett åttasiffrigt tal. Man kan pålägga kvadraterna ytterligare villkor, t. ex.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Fig. 1.

1) Om översta raden flyttas ned under de övriga och detta upprepas, tills man återkommer till den ursprungliga kvadraten, skola diagonalsummorna i dessa nya kvadrater vara desamma som i den ursprungliga. En sådan kvadrat har kallats en *nasik* efter den stad i Indien, där dess första framställare bodde. I amerikansk litteratur förekommer även benämningen *diabolisk*.

2) Om de yttersta raderna och kolumnerna borttagas, skall även den återstående kvadraten av graden $n-2$ ha lika summor för rader, kolumner och diagonaler. Och detta skall gälla, om nya »ramar» borttagas, ända tills man kommer till en kvadrat av graden 3 eller 4.

3) Om en kvadrat av jämn grad uppdelas i småkvadrater med endast 4 tal, skall dessa tals summa vara konstant.

4) Summorna av talens kvadrater skola vara lika för diagonalerna och för vissa andra talgrupper.

5) Detsamma skall gälla för summorna av kuberna.

[1] Uppsatsen har tillkommit med anledning av en pristävlan om magiska kvadrater i Dagens Nyheter förra sommaren. Problemet, som gällde kvadrat- och kubsummor, var ställt av landshövding Richard Sandler.

Här skola särskilt villkoren 3—5 tagas i betraktande. Summorna av alla n^2 talen, deras kvadrater och kuber betecknas med resp. T_1, T_2 och T_3. Då är summan av talen i varje rad, kolumn och diagonal

$$S_1 = \frac{T_1}{n} = \frac{1}{2} n(n^2+1)$$

Vi ställa nu villkoret, att kvadratsumman S_2 för vardera diagonalen skall vara en n:tedel av T_2. Enligt formeln

$$S = \frac{1}{6} m(m+1)(2m+1)$$

för de m första hela talens kvadratsumma erhålles då

$$S_2 = \frac{T_2}{n} = \frac{1}{6} n(n^2+1)(2n^2+1)$$

Det gäller nu att lösa ekvationssystemet

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = S_1, \quad \sum x_i^2 = S_2, \quad 0 < x_i \leq n^2 \tag{1}$$

där alla x_i skola vara olika. Om en serie av n tal x_i satisfierar detta system och man bildar serien (y_i), bestämd av

$$y = n^2+1-x \tag{2}$$

är även denna serie en lösning. Ty

$$\sum y_i = n(n^2+1) - S_1 = S_1$$

$$\sum y_i^2 = n(n^2+1)^2 - 2(n^2+1)S_1 + S_2 = S_2$$

Jag kallar i det följande serierna (x_i) och (y_i) *komplementära*. Även två tal, vilkas summa är n^2+1, kallar jag komplementära. Om det ena är a, betecknas det andra med a'.

För talens kuber erhålles

$$\sum_{i=1}^{n} y_i^3 - n \cdot (n^2+1)^3 - 3(n^2+1)^2 \cdot S_1 + 3(n^2+1) \cdot S_2 - \sum x_i^3$$

$$\therefore \sum x_i^3 + \sum y_i^3 - \frac{1}{2} n(n^2+1)^2[2(n^2+1) - 3(n^2+1) + 2n^2+1] = \frac{1}{2} n^3(n^2+1)^2 \tag{3}$$

Kubsummorna för serierna (x_i) och (y_i) betecknas med S_3 och S_3'. Enligt formeln för de m första talens kuber är

$$T_3 = T_1^2 = \frac{1}{4} n^4(n^2+1)^2$$

Av (3) erhålles då $$S_3+S_3'=\frac{2T_3}{n} \qquad (4)$$

För $n=4$ är $S_1=34$, $S_2=374$ och $T_3=4\cdot 4624$. Systemet (1) har endast två lösningar $x_i=(2\ 8\ 9\ 15)$ och $x_i=(3\ 5\ 12\ 14)$. Vardera serien sammanfaller med sin komplementära serie. Av (4) följer då, att kubsumman S_3 är $\frac{1}{4}T_3=4624$. I kvadraten i fig. 2 ingå dessa serier som diagonaler. För de återstående åtta talen i kvadraten är således kvadratsumman $2S_2$ och kubsumman $2S_3$. Även villkoret 3) är uppfyllt; varje småkvadrat har summan 34.

2	13	16	3
11	8	5	10
7	12	9	6
14	1	1	15

Fig. 2.

För $n=5$ är $S_1=65$, $S_2=1105$ och $T_3=5\cdot 21125$. Systemet (1) har 2 lösningar, som sammanfalla med sina komplementära serier, och 6 andra lösningar, som äro parvis komplementära. I kvadraten i fig. 3 ingå de förra serierna i diagonalerna, och av de senare bilda ett par komplementära serier raderna 1 och 5 och ett annat par kolumnerna 2 och 4. [De båda återstående serierna (4 8 10 21 22) och (4 5 16 18 22) innehålla två tal, som äro komplementära och således gemensamma för båda serierna. De kunna därför ej användas i detta sammanhang.] För vardera diagonalserien är enligt (4) kubsumman $S_3=S_3'=21125$. Denna summa erhålles ej för de andra serierna. Men sammanlagda kubsumman för raderna 1 och 5 liksom för kolumnerna 2 och 4 är $2S_3$. Kvadraten uppfyller även villkoret 1). Om man låter raderna 1 och 5 byta plats med raderna 2 och 4 och därefter gör motsvarande ombyte med kolumnerna, får man en ny kvadrat med samma serier i diagonalerna, medan de fyra andra serierna nu bilda raderna 2 och 4 och kolumnerna 1 och 5. Men denna kvadrat är ej en nasik.

4	12	25	8	16
23	6	19	2	15
17	5	13	21	9
11	24	7	20	3
10	18	1	14	22

Fig. 3.

För $n=6$ är $S_1=111$, $S_2=2701$ och $T_3=6\cdot 73926$. Till systemet (1) har jag funnit 98 lösningar, komplementära två och två. Uppsökandet av lösningarna underlättas, om man substituerar $x=18+y$, då man får

$$\sum y_i=3, \quad \sum y_i^2=649, \quad -18<y_i\leq 18$$

Har man så en tabell över de första 100 eller ännu bättre 200 första talen, skrivna såsom summor av två eller tre kvadrater (där detta är möjligt!), kräver lösandet av (1) ej alltför mycket arbete.

Nu ställes problemet att finna en kvadrat, där varje diagonal och vartdera av de fyra fält, som diagonalerna avgränsa, har talsumman 111 och kvadratsumman 2701. Att kubsumman för någon av dessa serier skulle vara 73926 är omöjligt, redan därför att varje serie har et udda antal udda tal, eftersom summan är 111. Det gäller nu att bland de 98 serierna välja ut sex utan något gemensamt tal. Jag har funnit 8 dylika grupper. Varje grupp består av två hälfter om tre serier. Varje hälft ingår i två olika grupper. De äro

$A = 30\ 28\ 24\ 20\ 5\ 4,\ 34\ 26\ 21\ 18\ 10\ 2,\ 36\ 25\ 22\ 14\ 8\ 6 = A_1, A_2, A_3$
$B = 28\ 26\ 25\ 24\ 6\ 2,\ 34\ 30\ 18\ 14\ 10\ 5,\ 36\ 22\ 21\ 20\ 8\ 4 = B_1, B_2, B_3$
$C = 31\ 27\ 23\ 21\ 5\ 4,\ 35\ 25\ 20\ 19\ 9\ 3,\ 36\ 29\ 15\ 13\ 11\ 7 = C_1, C_2, C_3$
$D = 31\ 29\ 21\ 20\ 7\ 3,\ 35\ 25\ 23\ 15\ 9\ 4,\ 36\ 27\ 19\ 13\ 11\ 5 = D_1, D_2, D_3$

jämte de grupper A', B', C', D' vilkas serier äro komplementära till serierna i A, B, C, D. Vi observera, att A och B liksom C och D innehålla samma tal. De åtta grupperna äro

$$G_1 = A, A', \quad G_2 = B, B', \quad G_3 = C, C', \quad G_4 = D, D'$$
$$G_5 = A, B', \quad G_6 = B, A', \quad G_7 = C, D', \quad G_8 = D, C'$$

I fig. 4 och 5 bilda serierna A_2 och A_2' diagonalerna, A_1 och A_1' ingå i resp. vänstra och högra fältet och A_3 och A_3' i resp. nedre och övre fältet. Sammanlagda kubsumman för båda diagonalerna liksom för vänstra och högra fältet och för övre och nedre fältet är $\frac{1}{3}T_3 = 147852$.

2	31	29	15	23	11
20	26	12	1	19	33
30	5	21	35	13	7
4	24	16	18	32	17
28	3	25	36	10	9
27	22	8	6	14	34

Fig. 4.

2	23	31	29	15	11
30	26	12	1	35	7
28	5	21	16	32	9
20	24	3	18	13	33
4	19	36	25	10	17
27	14	8	22	6	34

Fig. 5.

Det är väl sannolikt, att man med A_1 och A_1' eller A_3 och A_3' som diagonaler eller med användning av grupperna G_2—G_4 kan få en mängd nya kvadrater. Användes någon av grupperna G_5—G_8, kan man fortfarande få sex lika kvadratsummor, men tre lika kubsummor erhållas ej. Villkoret 3) är ej uppfyllt. Det är oförenligt med de uppställda villkoren för de fyra fälten, vilket inses av följande. Betecknas kvadratens tal med a_{ik}, där i anger rad och k kolumn, fordras för övre fältet

$$a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} + a_{23} + a_{24} = 111$$

och om villkoret 3) vore uppfyllt,

$$a_{13}+a_{14}+a_{23}+a_{24}=74$$

$$\therefore a_{12}+a_{15}=37$$

Men ingen av serierna i grupperna G innehåller två komplementtal.

Fasthåller man villkoret 3), måste man därför minska på kraven i fråga om de fyra fälten och endast begära, att för motstående fält tillsammans talsumman skall bli 222, kvadratsumman 5402 och kubsumman som förut 147852. Jag har då funnit de båda kvadraterna i fig. 6 och 7. I fig. 6 bildar A_1 den ena, A_1' den andra diagonalen. I övre och nedre fältet ingå talen i serien (A_2, A_2') och i de båda andra fälten talen i (A_3, A_3'). I fig. 7 bilda A_3 och A_3' var sin diagonal; övre och undre fältet bildas av (A_1, A_1') och de båda andra fälten av (A_2, A_2').

5	3	10	27	34	32
36	30	26	11	7	1
25	12	28	9	23	14
6	31	13	24	8	29
22	33	16	21	4	15
17	2	18	19	35	20

Fig. 6.

8	28	4	33	9	29
16	22	32	5	15	21
35	2	25	12	27	10
3	34	23	14	11	26
18	1	7	30	36	19
31	24	20	17	13	6

Fig. 7.

I fig. 6 kunna talparen (10 27), (26 11), (16 21) och (18 19) byta plats med varandra hur som helst. Detta innebär $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4=24$ olika möjligheter. Vidare kunna paren (25 12) och (6 31), liksom (23 14) och (8 29), byta plats (4 möjligheter). Även de vertikala paren (25 6) och (23 8), liksom (12 31) och (14 29), kunna byta plats (4 möjligheter). Slutligen kunna de båda mellersta kolumnerna byta plats, om därjämte paren (9 28) och (24 13) utbytas mot varandra (2 möjligheter). Inalles erhålles således $24 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2= =768$ olika kvadrater. Lika många erhållas av fig. 7. Även här kan man sannolikt använda serier i grupperna G för att erhålla ny kvadrater. Men här finnas nya möjligheter. Det gäller nu endast lösningar till systemet

$$\sum_{i=1}^{12} x_i=222, \quad \sum x_i^2=5402, \quad 0<x_i\leq 36 \tag{5}$$

Att finna samtliga lösningar till detta system skulle kosta mera arbete än det är värt. Jag skall emellertid visa en väg, som ledde mig fram till en del nya lösningar. Ur de 98 lösningarna till (1) bortgallrades först de serier, som innehöllo två komplementtal. De voro 13 par. Av de återstående bildades serier av 12 tal genom sammanslagning av komplementära serier. På detta sätt erhöllos 36 serier, som voro lösningar till (5). Av dessa utvaldes två och

två, som ej hade något tal gemensamt, och de återstående av talen 1—36 fingo bilda en tredje serie. Eftersom vardera av de båda serierna hade talsumman $\frac{1}{3}T_1$, kvadratsumman $\frac{1}{3}T_2$ och enl. (4) kubsumman $\frac{1}{3}T_3$, måste detta gälla även för den tredje serien. Denna blir således en ny lösning till (5). Sedan kombinerades de nya serierna dels med lämpliga av de 36 ursprungliga, dels med varandra och gåvo på samma sätt nya serier osv. Men snart kom jag till den punkt, då varje ny kombination endast gav förut funna serier. Emellertid kunde jag på detta sätt foga 52 nya serier till de 36 första. Väljer man t. ex. A_1 och A_1' till diagonaler, kan man för de fyra fälten utom (A_2, A_2') och (A_3, A_3') även använda serierna

(36 35 25 23 21 19) och (34 31 29 27 26 22)
eller (35 34 27 25 23 19) och (36 31 29 26 22 21)

Endast de 6 största talen i varje serie ha angivits; serien kompletteras med deras komplementtal. Väljer man A_3 och A_3' till diagonaler, kan man till de fyra fälten även använda

(35 33 28 27 20 19) och (34 32 30 26 24 21)
eller (35 33 27 26 24 21) och (34 32 30 28 20 19)
eller (35 33 30 24 20 19) och (34 32 28 27 26 21)

Till sist skall jag nämna något om följande problem. Finns det någon magisk kvadrat, där kvadratsummorna äro lika för varje rad, kolumn och diagonal? Kvadraten i fig. 8 har kvadratsummorna = 2701 för varje kolumn och för vardera diagonalen. Kolumnerna utgöras av serierna B_1, B_2, B_3, B_3', B_2', B_1'. Även diagonalerna bestå av två komplementära lösningar till (1). Kubsumman för kolumnerna 1 och 6, 2 och 5, 3 och 4 liksom för båda diagonalerna tillsammans är 147852. Villkoret 3) är uppfyllt.

25	18	20	17	19	12
26	5	36	1	32	11
2	14	8	29	23	35
28	30	4	33	7	9
6	10	22	15	27	31
21	34	21	16	3	13

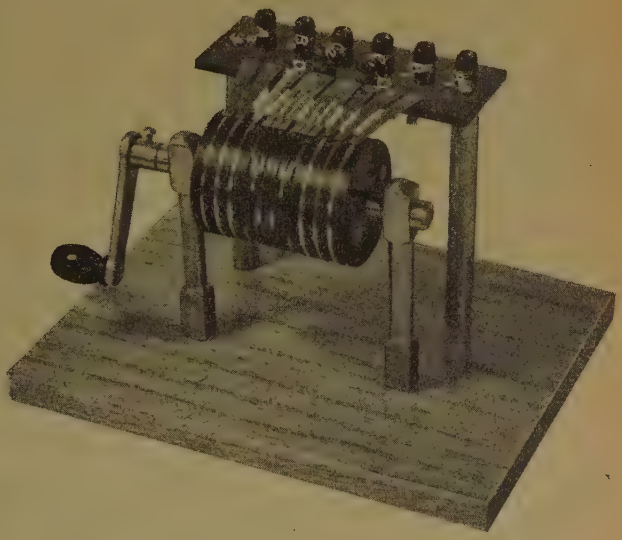
Fig. 8.

Men det är omöjligt att få lika kvadratsummor för både rader och kolumner. Ty dessa skulle då utgöras av serierna i två av grupperna G_1—G_8. Dessutom skulle fordras, att varje serie i den ena gruppen hade ett tal gemensamt med varje serie i den andra. Grupperna kunna då ej båda tillhöra A- och B-grupperna eller båda C- och D-grupperna. Ty A har ej något tal gemensamt med A' eller B', ej heller C med C' eller D'. Men ej heller kan den

FYSIKALISKA APPARATER

FRÅN

NORSTEDTS VERKSTAD



Omkopplare för katodstråleoscillograf

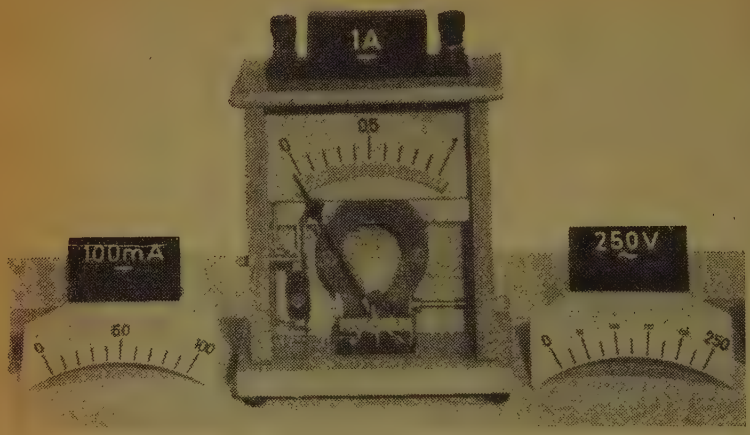
Med Norstedts katodstråleoscillograf, som är speciellt avsedd för skolbruk, kan en mängd försök inom elektricitetsläran och akustiken utföras. De elektriska försöken finnes beskrivna i vårt »Meddelande om ny materiel, häfte 12», vilket tillhandahålles kostnadsfritt.

Förutom de tillbehör som erfordras för elektriska försök kan vi även leverera mikrofoner, förstärkare o. d. för akustiska försök. Pris på begäran.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen — Box 898 — Stockholm 1

PHYWE



Instrumentets höjd: 23 cm.

Vridspoleinstrumentet med utbytbara mätområden: ≂2 mA, =10 mA, =100 mA, =1 A, =10 A, =10 V, =50 V, =250 V, ~10 mA, ~100 mA, ~1 A, ~10 V, ~50 V, ~250 V.

Samlingspärmen »Die Physik in Versuchen« finns komplett för omgående leverans från lager enligt följande specifikation:

	Grundpärm	*Kompletteringspärmar*	*Kompletta pärmar*
Mekanik	**35 försök**	**175 försök Kr. 26:—**	**210 försök Kr. 30:—**
El-lära	**65 »**	**145 » » 22:—**	**210 » » 30:—**
Optik	**50 »**	**70 » » 11:—**	**120 » » 18:—**
	150 försök Kr. 22:—		

Varje sommar under tiden juni — september anordnar Phywe-fabriken 14-dagars kurser i Göttingen för fysiklärare från hela världen. Intresserade, som önska deltaga i 1951 års kurser, be vi inlämna sina anmälningar till oss i god tid för att kunna påräkna att komma med i önskad kurs.

ELEKTRONIKBOLAGET AB

Kungsgatan 34 — Stockholm

Avd. Phywemateriel Tel. 21 62 93

ena gruppen väljas bland A- och B-grupperna, den andra bland C- och D-grupperna. Ty då måste serien A_2 eller B_1 ingå i den förra, C_3 eller D_3 i den senare gruppen. Men A_2 och B_1 ha ej något tal gemensamt med C_3 eller D_3. Först för $n=8$ kan man få lika kvadratsummor för diagonalerna och alla rader och kolumner. Se fig. 9, som är hämtad ur en artikel i Encyclopædia britannica. Denna kvadrat uppfyller även villkoret 3). Kubsumman T_3 är $8 \cdot 540800$. Och eftersom vardera diagonalen är sin egen komplementserie och serierna i närliggande rader och kolumner parvis äro komplementära, är enl. (4) kubsumman 540800 för vardera diagonalen och 1081600 för rader och kolumner, tagna två och två.

7	53	41	27	2	52	48	30
12	58	38	24	13	63	35	17
51	1	29	47	54	8	28	42
64	14	18	36	57	11	23	37
25	43	55	5	32	46	50	1
22	40	60	10	19	33	61	15
45	31	3	49	44	26	6	56
34	20	16	62	39	21	9	59

Fig. 9.

Om rationella rötter till tredjegradsekvationen

Av lektor Tore Öberg, Härnösand

Nedanstående sats, som jag funnit vid studium av ett talteoretiskt problem, är möjligen av intresse för dem, som själva formulera uppgifter inom gymnasiets kurs i ekvations- och funktionslära.

Sats. Om i ekvationerna

$$rx^3+px+q=0 \quad \text{(A)} \quad \text{eller} \quad rx^3+px^2+q=0 \quad \text{(B)}$$

där r, p och q äro heltal utan gemensam faktor, p har en primfaktor av formen $6k-1$, som ej ingår i r eller q, så har vardera ekvationen icke mer än en rationell rot.

Bevis. Behandla ekv. (A) först. Antag, att alla rötterna äro rationella och att de äro $\frac{u}{s}$, $\frac{v}{t}$ och $-\frac{ut+vs}{st}$.

Då är: $-\frac{p}{r}=\frac{u^2t^2+v^2s^2+uvst}{s^2t^2}$ och $\frac{q}{r}=\frac{uv(ut+sv)}{s^2t^2}$.

Om till en början ut och sv icke ha gemensamma primfaktorer av formen $6k-1$, inses omedelbart, att p endast kan ha sådana primfaktorer, som ingå i uttrycket a^2+b^2+ab, där a och b icke ha

gemensamma primfaktorer av denna form, dvs. enl. känd talteoretisk sats endast kan ha primfaktorer av annan form än $6k-1$.

Gemensamma primfaktorer (av formen $6k-1$) i ut och sv måste, då bråken $\frac{u}{s}$ och $\frac{v}{t}$ förutsättas vara förkortade så långt det går, ingå som faktorer i storheterna 1) u och v eller 2) s och t.

Fallet 1) är orimligt, ty i motsatt fall skulle mot antagandet de gemensamma faktorerna även finnas i p och q. Sätt i fallet 2) $t=t_1k_1$ och $s=s_1k_1$, där k_1 är produkten av de gemensamma faktorerna av formen $6k-1$ i ut och sv. Då blir:

$$-\frac{p}{r}=\frac{u^2t_1^2+v^2s_1^2+uvt_1s_1}{s_1^2t_1^2k_1^2}.$$

Högra membrums täljare kan ej ha någon faktor av formen $6k-1$, eftersom ut_1 och vs_1 ej ha någon gemensam faktor av denna form. Då kan ej någon faktor i k_1 ingå i p utan att även ingå i r.

De förutsättningar, som gjorts beträffande p i satsen, strida alltså mot antagandet att alla tre rötterna till ekvationen äro rationella. Alltså äro de det icke. Två av rötterna kunna icke heller vara rationella, ty då skulle även den tredje vara det, vilket ju uteslutits. Återstår alltså, att ekvationen icke har mer än en rot rationell.

Vad ekvationen (B) beträffar följer satsen omedelbart av föregående bevis. Rötterna till (B) äro nämligen inverterade värdena av rötterna till (A).

Lektor Wahlgren har för mig påpekat, att rötterna till (A) kunna skrivas $x_i=\frac{m}{n}\cdot\frac{a_i}{n_jn_k}$, där m och n äro största gemensamma divisorerna till resp. täljarna och nämnarna och i, j, k äro permutationer av talen 1, 2, 3. Om $a_in_i=k_i$, är $k_1+k_2+k_3=0$ och k_i äro parvis rel. primtal. Ekvationen blir då

$$n^3N^2x^3-m^2nBx-m^3A=0$$

där

$$A=a_1a_2a_3, \qquad N=n_1n_2n_3$$

$$B=-(k_1k_2+k_1k_3+k_2k_3)=k_1^2+k_1k_2+k_2^2$$

Vidare är B udda och har jämte faktorer av formen $6k+1$ högst en faktor 3; B är rel. primtal till k_i och således till A och N.

Demonstration av laddade partiklars rörelse i elektriska fält

Av civilingenjör T. Wilner, Stockholm

En elektriskt laddad partikel, som befinner sig i ett elektriskt fält, påverkas av en kraft, som är proportionell mot laddningens storlek och mot fältstyrkan. Om partikeln är fri och i vakuum, accelereras den i kraftriktningen på samma sätt som en fritt fallande kropp. Katodstråleoscillografer arbeta med strålar av i vakuum fritt utslungade elektroner och masspektrografer med liknande strålar av positiva joner. Båda dessa strålslag kunna avböjas i elektriska fält, och de laddade partiklarna beskriva därvid kastbanor, liknande dem som projektiler från skjutvapen följa under tyngdkraftens inverkan.

Om de laddade partiklarna röra sig inom en gas, begränsas hastigheten mycket starkt av friktionen. Partiklarna få en vandringshastighet i förhållande till gasen, som inom vida gränser är proportionell mot den verkande fältkraften, dvs. mot laddningen och fältstyrkan. Om även gasen rör sig, bestämmes partikelbanan av två rörelsekomponenter, som utgöras av gasens rörelse och vandringen inom gasen. Strömmar gasen tillräckligt snabbt emot fältkraftens riktning, så kunna även partiklarna komma att röra sig emot denna. Vid de elektriska filter som användas för att befria gaser från förorenande damm, vätskedroppar eller andra svävande partiklar sker avskiljningen med hjälp av vinkelrätt mot gasens strömningsriktning anordnade starka elektriska fält. Partiklarna laddas genom att de upptaga joner, alstrade vid spets- eller koronaurladdningar.

Några av de nämnda grundföreteelserna kunna visas med hjälp av försöksanordningen enligt fig. 1 a och b, där en ström av laddade partiklar blåses genom ett elektriskt fält. Anordningen är ganska enkel, trots att den detaljrika teckningen kanske ter sig något komplicerad. Huvuddelen utgöres av en invändigt matt svartmålad trälåda (1), på framsidan försedd med glasfönster (en vanlig låda för skolkritor, där en glasskiva inskjutits i stället för locket). En smal springa har som luftintag (2) lämnats öppen ned-

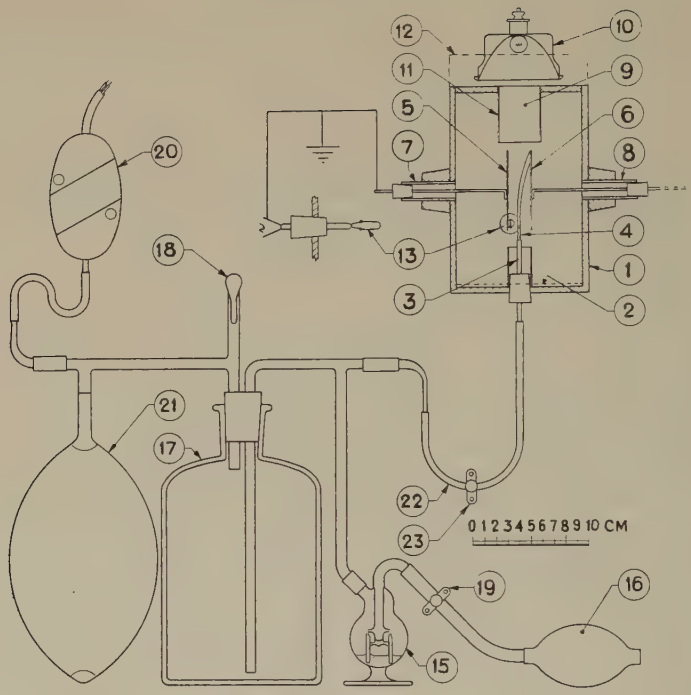


Fig. 1 a.

till. Genom ett glasrör (3) med något över 1 mm inre diameter inblåses en ström av luft (4), innehållande en finfördelad dimma av små svävande oljedroppar, framställd enligt nedan. Luftströmmen passerar som en stråle upp mellan avböjningselektroderna (5) och (6) och går vidare ut genom öppningen (9), ovan vilken en cykellykta (10) anbragts för belysning av apparatens mittparti. Elektroderna bäras av de isolerande glasrören (7) och (8), inskjutna i ett par å apparatväggen fastlimmade korkar.

Glödlampan i lyktan är av vanlig typ (6 volt) och den överbelastas något med ström från en ringledningstransformator (8 volt). Ljusknippet är intensivt och väl samlat, varför dimstrålen framträder på ett mycket väl markerat sätt. Cylinderbländaren (11) och skivan (12), utförda av svart papper, avskärma onödigt ljus. Genom den av belysningen framkallade uppvärmningen får luftmassan i apparatens mitt en uppåtgående rörelse, vilket medför en lämplig ventilation samtidigt som dimstrålen stabiliseras.

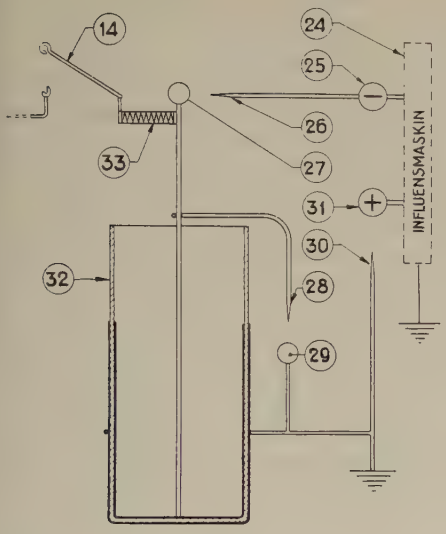


Fig. 1 b.

Fig. 2. Den böjda dimstrålen. Glödslingan synes nedtill vid vänstra elektroden.

Vid nedre änden av elektroden (5) finnes en glödelektrod (13), utförd som en slinga av 0,1 mm platinatråd, 40 mm lång. Slingan är tennlödd till ett par 1 mm koppartrådar, anbragta i ett glasrör, där de kilats fast med asbest. Rörändarna ha tilltäppts med ett par droppar smält schellack. Glödelektroden har även ritats uttagen till vänster om apparaten. Såväl platinaslingan som elektroden (5) äro jordbundna. Glödström kan lämnas av en transformator eller ackumulator (omkring 6 volt). Strömmen regleras med ett motstånd (15—20 ohm).

Elektroden (6) kan via en avskiljare (14) anslutas till en högspänningsanordning, som i det här visade fallet består av en influensmaskin (24), av vilken endast elektroderna (25) och (31) utritats. Spänningen begränsas och stabiliseras med hjälp av några spetsurladdningssträckor (26—27, 28—29 och 30—31) samt leydnerflaskan (32). Influensmaskinens stativ samt leydnerflaskans ytterhölje äro jordförbundna. Urladdningsspetsarna bestå av grova synålar, med klena överträdda gummislangar (ventilgummi) fästade vid ledarna, som utförts av grov ståltråd. I brist på kulelektroder kunna ledarnas ändar böjas runt till öglor.

När influensmaskinen är i gång, passerar en ström med en styrka av några mikroampere genom hela urladdningskretsen, och leydnerflaskan laddas upp till en tämligen konstant spänning, huvudsakligen bestämd av urladdningssträckan (28—29). Spänningen får ej vara så hög, att urladdning kan inträffa mellan elektroderna (5) och (6). Omkring 10 kilovolt är lagom, och denna spänning nås vid 10—12 mm längd på urladdningssträckan (28—29). Ett urladdningsdämpande motstånd (33) på några tiotal kiloohm eller mera är inkopplat före avskiljaren (14). Om leydnerflaskan håller laddningen väl, behöver influensmaskinen ej ständigt vara i gång under försöket. Maskinens spänningsriktning kan bestämmas med hjälp av ett urladdningsrör eller en glimlampa, där negativa polen igenkännes genom den där uppträdande glimurladdningen.

Oljedimma framställes med en liten förstoftare (15) av vanlig typ, avsedd för inhalation. Den drives med en gummiblåster (16) och matas vid detta försök med en blandning av lika delar paraffinolja och dilutin. Genom ett antal kraftiga pumpslag med blåstern fylles flaskan (17) med en jämn dimma. Denna är ganska stabil, och droppstorleken kan uppskattas till omkring 0,5 μ. Överskottsluften går ut genom en enkel utblåsningsventil (18), vars rörliga del utgöres av en löst liggande glaskropp. Efter fyllningen, som räcker för omkring 10 minuters försök, slutes slangklämmaren (19). I stället för oljedimma kan även tobaksrök användas, som på liknande sätt blåses in i flaskan. En elektriskt driven membranpump (20) av den billiga typ som användes för luftning av akvarier driver en ström av luft genom flaskan (17) och det övriga systemet. Fotbollsblåsan (21) jämnar ut pumpslagen. Dim- eller rökblandningen passerar från flaskans botten genom slangen (22) med slangklämmaren (23) till utströmningsröret (3).

Före huvudförsöket inställes slangklämmaren (23) så, att dimstrålen (4) blir så jämn och stabil som möjligt. Sedan avskiljaren (14) slutits sättes influensmaskinen i gång. Om allt är riktigt inställt, påverkas de elektriskt neutrala oljedropparna ej av det homogena elektriska fältet mellan elektroderna och dimstrålen förblir oförändrad. Om spänningen däremot är för hög och spetsurladdning eller liknande inträffar vid endera elektroden, så verkar anordningen som ett elektriskt filter och partiklarna utfällas å den motsatta elektroden.

Glödelektroden (13) upphettas nu långsamt genom försiktigt pådrag av ström. Om elektroden (6) är negativt laddad, uppkommer redan vid svag rödglödning en ström av positiva joner från glödelektroden till densamma. Jonemissionen ökar kraftigt med

stigande temperatur, och den gynnas särskilt om platinatråden före försöket fuktas med något saliv. Dimstrålen passerar tvärs igenom jonströmmen, och dropparna laddas därvid positivt i högre eller lägre grad genom upptagning av joner. Verkan blir omedelbart den, att strålen böjer av mot höger (fig. 2). Det antal laddningar som dropparna upptaga ökar med jontätheten till ett av droppstorleken bestämt maximivärde. Då strålens avböjning är beroende av partikelladdningen, kan densamma inom vida gränser godtyckligt varieras genom ändring av glödströmmen och därmed joniseringen. Att avböjningen ej beror på uppvärmningen från glödtråden visas lätt, om avskiljaren (14) slås från och elektroden (6) urladdas. Strålen påverkas då ej av glödslingans olika uppvärmning. Inställes tråden på konstant glödning, medan elektriska fältet förändras genom urladdning och uppladdning av leydnerflaskan, så kan även på detta sätt avböjningen förändras. Försöket kan även utföras med positiv laddning på elektroden (6). Härvid måste dock glödtrådens temperatur ökas högst betydligt, då nämnvärd negativ jonisation inträffar först vid gulglödning. Risk finnes då för sönderbränning av tråden.

De laddade partiklarnas rörelse i fältriktningen är i detta fall likformig. Då den uppåtgående luftströmmens hastighet är störst mitt emellan elektroderna och mindre invid dessa, så blir den resulterande partikelbanan böjd. Är hastighetsfördelningen inom luftströmmen parabolisk, följer strålbanan en tredjegradskurva. Denna har emellertid en för demonstrationsändamål fullt tillfredsställande likhet med avböjningskurvorna inom katodstrålerör och masspektrografer. Anordningen kan därför tjäna som modell av dessa apparater. Ibland visar dimstrålen i det elektriska fältet en tydlig uppdelning i olika strålar, sålunda ett slags spektrum. Detta innebär en viss uppsortering av partiklarna efter storlek och laddning. Den enkla apparaten illustrerar åtskilliga grundläggande förhållanden inom den experimentella atom- och kärnfysiken, och den kan därför vara av värde vid fysikundervisningen.

Försök att påvisa den ömsesidiga kraftverkan mellan magnet och strömförande ledare

Av lektor O. Lundquist, Lund

Vid försök att demonstrera kraftverkan mellan en magnet och en strömförande ledare inskränker man sig vanligen till att påvisa verkan av kraften på den ena av dessa, vilken härvid är rörligt uppställd, medan den andra är fast. Fig. 1—2 visar (från sidan, resp. framifrån) en i huvudsak av lösa delar sammansatt apparat, varmed kraftverkan på både ledaren och magneten samtidigt kan demonstreras.

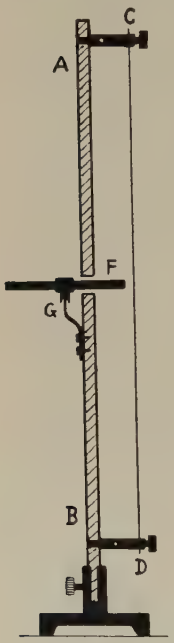


Fig. 1.

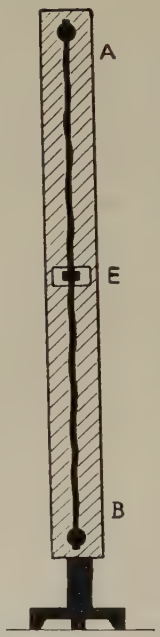


Fig. 2.

AB är en vertikal skiva av trä med dimensionerna 900×80×20 mm³. I var sitt hål i närheten av ändarna kunna tvenne stiftformade hållare av mässing fastsättas. Deras yttre ändar C och D, som försetts med klämskruvar, befinna sig ca 50 mm framför skivans plan. Mellan C och D uppspännes med tämligen lös sträckning en ledare bestående av ett 10 mm brett metallband vävt av »julgransglitter» (Artikelnummer 6410 i Phywe's katalog). AB är i mitten försedd med ett avlångt hål E, 60×30 mm², genom vilket den ena ändan av en vanlig stavmagnet F skjuter fram. Magneten vilar i horisontell ställning i en hylsa på en spetsformig hållare G, som är fastsatt på baksidan av AB. Härigenom är staven lätt vridbar i horisontell led.

Apparaten orienteras så att skivans plan står i riktningen öster — väster. Magnetens ställning i förhållande till bandet blir då den fig. 2 visar. Förenas bandets ändar med en spänningskälla om 2—3 volt (t. ex. två seriekopplade nifeceller), vrider sig stavmagneten i sitt horisontalplan åt ena hållet samtidigt som bandets lättrörliga mittparti förskjutes åt motsatt håll. Då strömmen bör vara ganska stark, göres anslutningen till batteriet direkt utan något

mellankopplat motstånd. Kretsen hålles sluten endast någon sekund. Bandets uppvärmning blir därvid så obetydlig, att det i regel ej tager någon skada härav. I jämförelse med en vanlig metalltråd har glitterbandet fördelen att vara mycket mjukt och lättrörligt. Dess bredd och glänsande yta gör, att man lätt kan följa dess rörelse även på stort avstånd.

Meddelande från Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

Årsmötet den 8—9 januari 1951

Föreningens ordinarie årsmöte 1951 ägde rum den 8—9 januari på Tekniska läroverket i Stockholm. Årsmötesförhandlingarna började kl. 9.30, då ordföranden, lektor Ernst Knave, hälsade de närvarande välkomna. Därvid vände han sig främst till föreningens nordiska gäster, lektor K. G. Hansen från Danmark, lektor Thomas Skjulstad från Norge och dr Urpo Kuuskoski från Finland. Sekreteraren föredrog protokollet från föregående årsmöte samt styrelseberättelsen för år 1950, vilka godkändes. Adjunkt E. Strand uppläste revisionsberättelsen, och mötet beviljade i enlighet med revisorernas förslag den avgående styrelsen och skattmästaren ansvarsfrihet för det gångna arbetsåret. Till ordförande för år 1951 omvaldes lektor Ernst Knave. Samtliga övriga styrelseledamöter omvaldes utom lektor Elis Hjalmar, som undanbett sig återval. Till medlem av styrelsen efter denne valdes lektor Fredrik Ehrnst. Till revisorer omvaldes adjunkterna Einar Strand och Erik Jonsson och till revisorssuppleanter adjunkt Bernhard Elmgren och rektor Ernst Herlin.

Sedan sekreteraren lämnat några meddelanden följde ett föredrag av civilingenjör Torsten Wilner, som talade om »Några drag ur den moderna atom- och kärnfysiken». Föredraget illustrerades med ett antal mycket vackra demonstrationer. Huvudförsöket beskrives i detta häfte sid. 35 (se även dec.h. 1950).

Efter lunch vidtog en diskussion över ämnet

Gymnasiets kurs- och timplaner i fysik och kemi

med lektor Hugo Sanner (fysik) och lektor Bror Gustaver (kemi) som inledare.

Lektor Sanner har lämnat följande referat av sitt anförande.

Det stora problemet är omöjligheten att hinna med kursen i fysik på realgymnasiet på det antal timmar, som står till buds. De metodiska anvisningarna anger också, att »nyare rön» skall medtagas, »om så medhinnes». Lektorsföreningen konstaterar i sitt yttrande över Universitetsberedningens betänkande »att antalet undervisningstimmar i fysik på gymnasiet icke står i rimlig proportion till ämnets omfattning». Något måste därför göras för att bereda den moderna fysiken tillräckligt utrymme. Principiellt finns tre vägar att gå:

1. Att öka antalet timmar. Trots att detta egentligen är den enda radikala lösningen på problemet, torde det vara fåfängt att hoppas på en sådan, då alla ämnen gärna vill komma med samma krav. En jämförelse mellan 3-årigt och 4-årigt realgymnasium visar dock, att timplanen för det 4-åriga gymnasiet är ogynnsammare än för det 3-åriga. Därför borde timantalet i R IV[4] kunna utökas med ½ timme, så att höstterminens laborationstimme blir lektionstimme på vårterminen.

2. Att effektivisera undervisningen. Här åsyftas inte effektivare lektioner; de torde nu i stort sett vara fullt ut så effektiva som lärjungarna tål vid. Däremot kunde man nog i högre grad bygga på de insikter eleverna förvärvat i realskolan. Särskilt kan tid sparas, om man på gymnasiet inte upprepar alla de standardexperiment, som med största sannolikhet alla lärjungarna tidigare sett. Man måste då av realskolans lärare och läroböcker fordra, att de inför korrekta definitioner, enheter och benämningar redan från början.

Fysiken har svårt att klara sig utan radianbegreppet, varför vi bör anhålla, att detta begrepp åter införes i den allmänna matematikkursen.

Några av laborationstimmarna bör kunna tas i anspråk för demonstration av särskilt experimentellt betonade delar av kursen, vilken möjlighet redan angives i de metodiska anvisningarna.

3. Att stryka vissa partier av den mer klassiskt betonade kursen. Fysikkursen är så pass väl avvägd, att det är mycket svårt att finna partier, som utan vidare kan strykas. Man kan t. ex. enl. min åsikt inte inskränka räkneövningarna. Den norm vi har för dessa, dvs. studentskrivningarna, är för närvarande så väl utformad att föga annat än gott är att säga om dem.

En del smärre partier kan varje ämneskonferens anses ha rätt att utgallra efter eget gottfinnande som t. ex. ångmaskinen och telefonen (tillräckligt behandlade i realskolan), den teoretiska behandlingen av yt- och volymsutvidgning för fasta kroppar, den teoretiska behandlingen av Dopplers princip (om Skolöverstyrel-

sen lovar att inte ge problem på denna), Braggs formel för röntgenstrålar och liknande.

För att vinna ett större antal timmar måste man dock ta bort mer väsentliga saker. Vid närmare eftertanke tror jag man skall finna, att man utan att förlora något alltför värdefullt kunde ur kursen utesluta allt som hör till brytning i sfäriska ytor och det mesta om likströmsmaskiner. Problem på dessa båda områden borde framför allt utgå ur studentskrivningarna, vilket skulle spara en hel del timmar.

Den tid man kunde vinna på dylika åtgärder skulle användas för en något fylligare framställning av den moderna fysikens resultat och problem. Kunde man hinna med ungefär det som står i Bergholms lärobok, vore mycket vunnet. Varje lärare bör därjämte lämnas stor frihet att fördjupa sig i något område, som han särskilt väl behärskar.

Även fysikkursen i L II[4] behöver moderniseras, då det är av särskild vikt, att de många blivande humanister, som med denna kurs avslutar sina fysikstudier, får en nödig respekt för fysikens betydelse i modernt samhällsliv och får sin bildning fördjupad med något av allt det som fysiken i detta avseende kan ge.

Huvudpunkterna i det andra inledningsanförandet var följande.

Timplanen för kemi å gymnasiet upptog enligt 1905 års stadga 8 veckotimmar och upptar nu (sedan 1930) 9 vtr. De obligatoriska skrivningarna och friluftsverksamheten tar bort så stor tid, att det effektiva antalet lektionstimmar för ämnet endast är ca 245 (27 veckor med 9 timmar). Man kan räkna med att det effektiva antalet lektionstimmar var i det närmaste lika stort före år 1930 (30 veckor med 8 timmar). Om kursernas omfattning före och efter år 1930 kan man få en föreställning av antalet textsidor i några av de vanligaste läroböckerna i kemi:

Lärobok	Totala antalet textsidor	oorg. och allmän kemi	organisk kemi
Abenius 1913	261	237	24
Moll 1914	279	249	30
Moll-Starck 1929—30	285	252	33
Moll-Starck 1931	360	297	63
Moll-Starck 1946	355	272	83
Böös-Lundberg 1930	279	216	63
Böös-Lundberg 1947	367	292	75
Bolin-Gustaver 1934	313	257	56
Bolin-Gustaver 1950	342	259	83

Härav framgår att läroböckerna och således även kemikursen ökat ca 30 % sedan 1920-talet. Denna ökning är mycket förklarlig, då man betänker fysikens och särskilt kemins oerhörda utveckling under de senaste 50 åren. Skolkemin får ej bygga på föråldrade uppfattningar, vilket även starkt framhållits från universitetshåll. Framställningen skall grundas på den moderna atomläran, och reaktionsformler bör studeras som elektronförlopp. Den fysikaliska kemins lagar bör belysas med enkla räkneexempel, men problemlösningen får ej bedrivas som självändamål. Speciella kemiska lagar och teorier som framför allt har betydelse för högre och vetenskapliga kemistudier får icke flyttas ner i gymnasiekursen.

De viktigaste oorganiska föreningarna och föreningstyperna måste behandlas mera systematiskt än i realskolan med utgångspunkt från det periodiska systemet. Man bör dock gallra strängt och endast ta med sådana föreningar, som har väsentlig betydelse ur teoretisk synpunkt, för teknik och industri och i det dagliga livet. Kemistudierna skall väcka elevernas intresse för ämnet, och tid måste ägnas åt en allmänbildande orientering.

Läroböckernas kurs i organisk kemi har som framgår av översikten ovan väsentligt utökats. Den organiska kemin erbjuder många områden med allmänbildande och aktuellt innehåll, och en utökning av kursen i organisk kemi är därför mycket starkt motiverad.

Slutligen har ett helt nytt område tillkommit, de radioaktiva ämnena, framställning och användning av radioaktiva isotoper samt atomenergi. Detta område har så stor aktuell betydelse, att det är ofrånkomligt att ägna en avsevärd tid åt dessa problem.

Det förefinns således en stark disproportion mellan den elementära kemikursen av i dag och den till buds stående timplanen, som var tillfyllest under 1910- och 1920-talen. Det finns tre vägar att gå fram på för att uppnå balans.

Det första alternativet är att utöka timplanen med ca 25 % eller 2 veckotimmar. Det andra är att skära ned kurserna med 30 % och det tredje är att genom effektivisering av undervisningen söka få tiden att räcka till. Ett krav på ökning av timplanen skulle säkerligen medföra liknande krav i andra ämnen och leda till en icke önskvärd förlängning av studietiden. En nedskärning av kursen måste betyda en stark standardsänkning och göra det nödvändigt att överföra vissa delar av den elementära kemin till universiteten och de högre fackskolorna. Det återstår därför endast den tredje utvägen att effektivisera undervisningen.

Disproportionen mellan tim- och kursplaner är kanske ännu större vid seminarierna än vid läroverken. Vid folkskoleseminariet

i Stockholm för kvinnliga elever har sedan 5 år pågått ett försök med koncentration av ämnena till ett färre antal läsår, varigenom en omläggning av arbetssättet möjliggjorts. Alla timplaner har minskats med 1/6 och en veckodag har gjorts fri från schemabundet arbete. Till denna dag har de obligatoriska skrivningarna förlagts. Arbetssättet har i flera ämnen omlagts från läxor med läxförhör till tentamina på större avsnitt av den genomgångna kursen. Elever som behöver särskild handledning kan få det vid s. k. iu-lektioner (individuell undervisning). Inledaren visade att om gymnasiets timplan för kemi minskades med t. ex. 1 timme till 8 vtr och dessa fördelades på två läsår i stället för som nu på fyra år, och om läxförhören ersattes med 3 tentamina per läsår, så skulle man kunna vinna ca 70 effektiva lektionstimmar eller 2 veckotimmar för preparativ genomgång av kemikursen. En nedskärning av gymnasiets timplaner med 1/6 medför i realiteten ingen minskning av antalet lektionstimmar, eftersom de obligatoriska skrivningarna nu tar bort 1/6 av tiden. Genom koncentration och minskning av timplanerna kan man få en veckodag ledig för de obligatoriska skrivningarna. Inledaren förordade att försök borde göras med koncentration och övergång till ett rationellare arbetssätt.

I den följande diskussionen deltog ett stort antal av de närvarande. Av de många inläggen kan här endast några få refereras.

Lektor Knave ansåg det önskligt att den intresseväckande undervisningsmetoden kunde tillämpas även på realgymnasiet. Men det är svårt att få tiden att räcka till. Ännu två månader före skrivningen är stora partier av kursen kvar att behandla, t. ex. ljuset som vågrörelse och atomfysiken. Det var därför ganska förklarligt att en fysikprofessor i Uppsala kunde konstatera betänkliga luckor i studenternas fysikkunskaper.

Lektor Knave gjorde en jämförelse med fysikkursen på latingymnasiet. Huvudvikten kunde där läggas på laborationerna, och tiden medgav också föredrag och diskussioner om aktuella problem. På realgymnasiet tillkommer problemlösningen och skrivningarna. Det åtgår allt för lång tid för räkneträningen, och talaren ansåg att en del av denna tid kunde användas bättre. Utan att rikta någon anmärkning mot Skolöverstyrelsens skrivningar, som av alla vitsordats som goda, ansåg dock talaren att tiden nu var mogen att slå in på den väg 1940 års skolutredning förordat, nämligen att minska antalet problem i studentskrivningarna och då också minska fordringarna på antalet nöjaktigt behandlade uppgifter för godkänt.

Rektor Åstrand framförde liknande synpunkter. I Danmark

går det med muntliga förhör utan skrivningar. Enkla räkneexempel som har förståtts uppväger träning på fysikproblem. Det har sagts att man gör tidsbesparing genom att byta ut laborationer mot demonstrationer. Laborationer ger dock större behållning än aldrig så goda demonstrationer. Däremot kan man effektivt spara tid genom att behandla större avsnitt och göra förhör på dessa. Då är det emellertid nödvändigt med samarbete mellan lärarna i olika ämnen, så att inte förhören sammanfaller. Övergår man från läxförhör till tentamina på större kursavsnitt, överflyttar man givetvis en del av elevernas arbete från skolan till hemmet.

Lektor Grundström gjorde ett uppmärksammat inlägg om den naturvetenskapliga undervisningens bildningsvärde. Målet för denna undervisning är främst att för eleverna klarlägga elementen inom matematik, fysik, kemi, biologi och geografi. Undervisningen får dock inte bestå enbart i en anhopning av fackkunskaper, den måste också höja sig över de enskilda detaljerna. Den räknemässiga behandlingen av fysikaliska problem har givetvis grundläggande betydelse. Studentskrivningarna i fysik är numera så avfattade, att eleverna inte kan klara dem, om de inte förstår det fysikaliska innehållet, och proven blir därför en god värdemätare för elevernas fysikaliska allmänbildning. Men därav följer inte att fysikundervisningen huvudsakligen skall inriktas på problemlösning. Eleverna måste också göras förtrogna med ämnets teoretiska, praktiska och tillämpade delar. Stor vikt måste läggas på att uppöva elevernas förmåga att på egen hand lösa uppgifter av praktisk art. Allt detta resulterar i en begynnande inlevelse i den naturvetenskapliga begreppsvärlden.

Den matematisk-naturvetenskapliga begreppsbildningen har nått en fastare struktur än vad som är fallet inom många andra grenar av mänsklig forskning. Att naturvetenskaperna har ett avgörande inflytande på vår materiella kultur är självklart, men man börjar i allt vidare kretsar även inse deras betydelse som andlig kulturfaktor. Det kunde vara av intresse att fråga våra elever, när de lämnat skolan som studenter, vilken uppfattning de har av olika skolämnen ur bildningssynpunkt. Det kan befaras att även realstudenter skulle svara ungefär så här: I matematik löste vi ekvationer och ritade kurvor, i fysiken sysslade vi med hävstänger och elektriska strömmar, och i kemin lärde vi oss reaktionsformler, alltsammans nyttiga fackkunskaper, men i exempelvis historia, litteraturhistoria och filosofi fick vi synpunkter av betydelse för vår bildning och kulturuppfattning.

Belysande för denna tankegång är en episod som ägt rum vid

en muntlig prövning i studentexamen. En abiturient hade relativt hyggliga betyg i de reala ämnena men påfallande brister i svenska och historia. Den humanistiske censorns kommentar till fallet var ungefär följande: »Eleven har visserligen tillfredsställande kunskaper i reala ämnen, men vi måste ju också kräva viss insikt i skolans *bildningsämnen*». Även om detta uttryck mera var en term än en värdering, så är det ur naturvetenskaplig synpunkt beklagligt, att det över huvud taget kan förekomma.

Det svalg som tyvärr består mellan naturvetenskap och humaniora befästes redan under skoltiden. Lärarna har stort ansvar härför, och det är för oss naturvetare en viktig uppgift att delge eleverna våra synpunkter i allmänkulturella frågor, som har beröring med våra skolämnen. De naturvetenskapliga synpunkterna måste beaktas i lika hög grad som de humanistiska. Hur detta skall ske blir den enskilde lärarens sak att avgöra, men så mycket är säkert, att han skall finna intresse och gensvar hos eleverna, om han någon gång får tid att ägna sig åt naturvetenskapen som kulturfaktor. De senaste 50 årens många och betydelsefulla resultat inom naturvetenskaplig forskning bör beredas större plats i undervisningen än hittills, dock inte för att öka elevernas förråd av fackkunskaper utan för att ge dem en bättre inblick i vår nuvarande världsuppfattning. Det går ej att nå fram till en sådan utan tillräcklig kännedom om moderna, naturvetenskapliga synpunkter. Och det är skolans naturvetenskapliga lärare som skall meddela dem.

Undervisningsrådet Lundblad framhöll att många av de tankar, som framkommit under diskussionen passade bra in i olika former av det nya gymnasium, som kan väntas träda i funktion 1952 eller 1953. Det nya gymnasiet kommer att uppdelas på tre linjer: en klassisk, en allmän och en real linje. Differentieringssystemet skulle samtidigt åtstramas. På den nya latinlinjen kan fysik och kemi troligen inte få plats; på sin höjd kan det bli fråga om att lägga in en serie föreläsningar om den naturvetenskapliga världsbilden m. m. Svårigheten är hur man med nuvarande lärarbrist skall kunna avstå lärare för denna undervisning. På den allmänna linjen bör det kunna bli plats för båda ämnena, ehuru kanske inte med någon hög timsumma. Linjen är avsedd bl. a. för blivande tjänstemän och för lärare på enhetsskolans mellanstadium. På denna linje bör en koncentration av fysik- och kemiundervisningen med fördel kunna genomföras i enlighet med de av andre inledaren skisserade synpunkterna. På reallinjen kan vissa tillvalsgrupper väntas försvinna. Två grenar av linjen kvarstår sedan: en medi-

cinsk-biologisk och en teknisk. På laborationerna bör ingen prutning göras på någondera grenen. De har sin fundamentala uppgift i att hjälpa till vid föreställningsvärldens utformande. Först bör man kanske under någon lektion ge eleverna en första kontakt med det moment som skall behandlas, sedan bör så snart som möjligt en laboration följa. Det bästa sättet att lära klassen fysik är inte att ständigt träna problemlösning utan att väl samordna undervisningens olika grenar, så att lärjungarna på ett naturligt sätt växer in i fysikens värld. Avvägningen mellan laborationer och problemlösning kan mycket väl utfalla olika för blivande medicinare och blivande teknici. Man måste komma ihåg, att den tekniska grenen av reallinjen icke får bli för svag i förhållande till utbildningen vid de tekniska läroverken, med vilka reallinjen i viss utsträckning måste konkurrera.

Vid den följande diskussionen om kemin yrkades av bl. a. lektorerna Dihlström och Junell att skolkemin skall bygga på Brönsteds syra-bas-begrepp. Lektor Gustaver framhöll att en ingående behandling av syra-basjämvikter betyder införandet i kemikursen av ett nytt, fristående kursmoment, som man lämpligen *kan* och därför även *bör* uppskjuta till högskolestadiet. Endast de elever som kommer att fortsätta sina kemistudier vid universitetet har intresse av denna del av den fysikaliska kemin. I denna uppfattning instämde lektor Stål.

Rektor Herlin meddelade att man tidigare vid Djursholms samskola med gott resultat praktiserat koncentrationsläsning i fysik och kemi.

Lektor Holmbergh önskade att läroböckerna minskades och att alla stycken med petitstil borde utgå.

Lektor Knave ville att en överenskommelse skulle träffas om uppdelning av atomläran mellan ämnena fysik och kemi.

Vid sammanträde följande dag beslöt årsmötet att ett refererande uttalande skulle utarbetas av styrelsen och sändas till Skolöverstyrelsen.

På kvällen hade middag anordnats på Piperska muren, till vilken föredragshållarna vid mötet samt föreningens nordiska gäster hade inbjudits. Dessa framförde vid middagen hälsningar från de organisationer de representerade. Dr Kuuskoski inbjöd också till deltagande i en nordisk kongress för matematik-, fysik- och kemilärare i Åbo den 7—10 augusti 1951 (se sid. 49 och 50).

Tisdagen den 9 jan. ägnades först åt tre föredrag med demonstrationer: assistent Bengt Liljeqvist, »Försök med korta elektromagnetiska vågor», ingenjör Stig Lindholm, »Försök med ljusvågor» och lektor Ernst Knave, »Ljudförsök med korta vågor». Elementas decemberhäfte 1950 innehåller en uppsats om lektor Knaves försök. Artiklar i anslutning till de två övriga föredragen är att vänta i något av tidskriftens närmaste nummer.

Efter lunch besökte ett 60-tal mötesdeltagare Sieverts kabelverk i Sundbyberg. En av bolagets ingenjörer gav en allmän orientering över fabrikationen, dess omfattning och utveckling från år 1888 med fyra arbetare till nuvarande 1100 à 1200. Härefter vidtog en intressant, mycket välordnad rundvandring genom de omfattande, moderna anläggningarna, laboratorier och verkstäder. Till bolagets ledning, som ställt ett tiotal ciceroner till förfogande, framför styrelsen ett varmt tack.

Bror Gustaver

Nordisk matematik-, fysik- och kemilärarkongress i Åbo 7—10 aug. 1951

Den första allnordiska kongressen för matematik-, fysik- och kemilärare skall äga rum i Åbo den 7—10 augusti i sommar. Programmet för fyradagarskongressen är numera i huvudsak klart[1] och upptar föredrag, diskussion, apparatförevisningar och en utfärd samt avslutas med en femdagars rundresa i Finland efter kongressen för dem som så önskar. Vårt programblad erhålles genom Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning och innehåller närmare anvisningar samt anmälningsblanketter. Anmälan göres enskilt eller i grupp till lektor H. Nikupeteri, Universitetsgatan 10 C, Åbo, före den 25 maj. Deltagaravgiften är 1000 mk (c:a 25 kr) och betalas till kongresskansliet i Åbo. Deltagares fru (eller man) betalar halv avgift. För damerna ordnas särskilt program. Rundresan i Finland kommer att kosta omkring 6000 mk, maten inräknad. Inkvartering kan beställas i samband med anmälan om deltagande.

Finlands matematiklärare hoppas att svenska kolleger talrikt skall möta upp i Åbo. I synnerhet lärare, som ej tidigare varit i Finland, har nu ett gott tillfälle att företa den lilla resan över det smala vatten som ej skiljer oss åt utan tvärtom förenar oss.

Finlands matematik- och fysiklärarförbund.

[1] Se följ. sida.

Kongressens program har i huvudsak följande utseende:

7 aug.	kl. 11—15	Kongressen öppnas; hälsningsanföranden. Föredrag av prof. Rolf Nevanlinna: »Framställningens problem i matematiken» och av prof. Eero Tommila: »Vätskornas inre byggnad».
	kl. 16—18	Föredrag av prof. P. J. Myrberg: »Om matematikundervisningen i Finlands högskolor». Diskussion: »Gymnasiets linjedelning». Inledare skolrådet Niilo Kallio; förberedda första inlägg från de övriga nordiska länderna.
	kl. 20	Gemensam supé.
8 aug.	kl. 9	Åbo slott beses.
	kl. 11	Utflykt med båt till Nådendal; lunch; Gullranda besökes.
	kl. 15.30	Bussresa via Åbo till Tuorla, där prof. Yrjö Väisälä förevisar sitt nya astronomiska observatorium.
9 aug.	kl. 10—13	Föredrag med apparatförevisning av lektor Ernst Knave: »Skolförsök med katodstråleoscillograf» och av ingenjör Stig Lindholm: »Norstedts apparatserier till skolfysiken».
	kl. 14	Åbo stads lunch för kongressdeltagarna.
	kl. 16—19	Föredrag av rektor K. B. Sollesnes: »Samfunnsregningen (og matematikk) i norske høgre skoler» och av lektor Ths. Skjulstad: »Fysikkens stilling i norske høgre skoler». Första dagens diskussion fortsättes.
10 aug.	kl. 10—13	Föredrag av rektor Poul Rubinstein: »Infinitesimalregningens Stilling i dansk Skolematematik» och av lektor E. Nordahl Svendsen: »Skolefysik i Danmark».
	kl. 14	Avslutningslunch.

Upplysningar med anledning av en recension

Från Prof. A. Sommerfeld, München, har red. genom förmedling av docent E. Ingelstam mottagit följande brev med anledning av dennes recension av Prof. Sommerfelds *Elektrodynamik* i Elementas decemberhäfte 1950.

Sehr geehrte Redaktion!

Zu dem Referat auf pag. 265 dieser Elementa gestatten Sie mir einige Bemerkungen:

1) In einer Parenthese zur Krafteinheit 1 Newton heisst es: »Der Name wurde von den Deutschen während ihrer 'grossdeutschen' Zeit gewiss abgelehnt». Demgegenüber muss ich betonen: Wer mich kennt, weiss, dass mir in den Jahren 1933—1945 nichts ferner gelegen hat, als grossdeutsche Bestrebungen zu fördern. Mein Vorschlag Dyn und Erg statt Newton und Joule wollte nur darauf hinweisen, dass diese Grössen in dem Giorgi'schen MKS-System keines besonderen Namens bedürfen, weil sie, ebenso wie dyn und erg im cgs-System, die natürlichen Einheiten dieses Massystems sind.

Um dieser peinlichen Feststellung eine heitere Wendung zu geben, will ich hinzufügen: Nernst, der ebenso wie ich gegen die vielen neuerdings eingeführten Namen war, sagte gelegentlich: Dann könnte man ja auch die Einheit Liter/Minute 1 Falstaff nennen.

2) Der jüngst verstorbene Professor Giorgi schrieb mir vor einem Jahr: Auch er sähe die Elektrizitätsmenge als die eigentliche fundamentale vierte Einheit an. Dass man statt ihrer auch die vielleicht bequemere Einheit Ampere wählen kann, liegt auf der Hand.

3) In der Überschrift des Referates ist nur die Akademische Verlagsgesellschaft Leipzig genannt. Bd I, II, III und VI sind aber auch in der Westzone beim Dieterich'schen Verlag, Wiesbaden erschienen. Bd. IV (Optik) ist aus guten Gründen nur in Wiesbaden publiziert. Dasselbe wird bei Bd. V (Thermodynamik und Statistik) der Fall sein. Diese Bemerkung wird vielleicht für ausländische Leser nützlich sein, da der Verkehr mit der Ostzone unter Umständen Schwierigkeiten macht.

Ihr ergebener

München, den 5. Februar 1951. *A. Sommerfeld*

Till punkt 1 i Prof. Sommerfelds ovanstående brev vill jag endast tillfoga: Det historiska faktum, varpå jag syftade, var att Tyskland och Italien, under sin allianstid, i internationella elektrotekniska kommissionen röstade mot beteckningen »newton», som då aldrig heller förekom i tysk litteratur. Prof. Sommerfelds eller andra vetenskapsmäns politiska ställning har jag inte haft i tankarna. I ringa mån har jag själv sökt varna för onödiga personnamnsbeteckningar, men lika fullt håller jag före, att relationen 1 Dyn = 10^5 dyn är olämplig.

Jag vill f. ö. begagna tillfället betyga min tacksamhet för de vänliga brev jag mottagit från Prof. Sommerfeld. *Erik Ingelstam*

Bokanmälningar

Egil Hylleraas, *Matematisk og teoretisk fysikk.* I. Fysikkens matematiske grunnlag. Grøndahl & Søns Forlag, Oslo 1950. XII + 215 s., nkr. 23:45.

Av detta arbete har tredje delen utkommit tidigare (anm. i Elementa *33*, 1950, 198). Den nu föreliggande första delen är rent matematisk, naturligtvis med inriktning på sådana områden som ha särskilt intresse för den teoretiska fysiken. På tvåhundra sidor finner läsaren en sammanställning av vektoralgebra och vektoranalys, tensorer, lineära ekvationssystem, variationskalkyl, funktionsteori, oändliga serier, lineära differentialekvationer (klassificerade efter singulära punkter), fourierserier och fourierintegraler m. m. Men trots det blandade innehållet har man knappast något intryck av småplock, och förf. får nog sägas ha lyckats väl med att knyta samman materialet till en sammanhängande enhet.

I överensstämmelse med sitt syfte att vara ett hjälpmedel för fysiken vänder sig boken inte i första hand till rena matematiker. Den bristande stringens i preciseringen av förutsättningar som ibland kan bli följden torde inte nämnvärt besvära en fysiker — snarare tvärtom. Det är kanske ett utslag av samma inriktning mot någon sorts fysikalisk åskådlighet, att tensorer (= tensorer av 2:a ordningen) nästan uteslutande uttryckas i dyadiskt skrivsätt; där detta någon gång inte är fallet, får man lätt intrycket att begreppen tensor, matris och operator skulle vara synonyma. Här skulle anmälaren gärna ha sett åtminstone några transformations- eller invarianssynpunkter. — Men olika avvägningsfrågor kommer det alltid att råda delade meningar om. Boken är välskriven och bör vara utmärkt som allmänt underlag (i huvudsak utöver tvåbetygskursen i matematik) för studier i teoretisk fysik, även om en studerande nog kan få anledning att fördjupa vissa partier.

S. Bertil Nilsson

Robin Robinson, *Analytic Geometry,* McGraw-Hill Book Co. Inc., New York 1949, Pp. 147 + IX, $ 2.25.

Boken är närmast avsedd för collegestuderande och skall ge en första inblick i analytiska geometrien. Den håller sig inom den konventionella ramen och visar ej prov på några nymodigheter.

En förtjänst är dess tydliga figurer, goda typografi och överskådliga uppställning av formler och teorem. De två sista av de elva kapitlen omfattar den analytiska rymdgeometrien, som får en ganska knapphändig behandling.

En fördel med en amerikansk lärobok av denna typ, jämförd med en motsvarande svensk gymnasiebok, är att den innehåller många lösta exempel och därigenom bättre än den senare lämpar sig för självstudium. Problemen är rena typexempel, tillämpningar av formler och teori, och uppvisar i allmänhet ej sådana variationer som problemen i våra läroböcker.

Framställningen är klar och enkel, men fastän den är rakt-på-sak-gående, färglägger förf. den ändå allt emellanåt genom sina personliga små kommentarer. När han t. ex. funnit, att en viss cirkel framställer en geometrisk ort, skriver han »note that in the final statement of the result no use is made of the coordinates or axes used in doing the problem. A good workman always puts away his tools.»

Karl Persson

L. H. C. Tippett, *Technological Applications of Statistics*. Wiley & Sons, New York 1950, Pp. 189, $ 3.50.

Intresset för statistiska metoder är växande bland svenska tekniker. Bristen på litteratur avpassad efter industriens behov bromsar emellertid utvecklingen. Tippetts bok är ett steg i rätt riktning. Förf. är sedan många år verksam som statistiker inom den engelska textilindustrien och är en av föregångsmännen på den tekniska statistikens område. Boken är byggd på föreläsningar hållna vid M. I. T. i Boston. Den är ingen lärobok utan innehåller huvudsakligen kommentarer till praktiska, synnerligen instruktiva exempel. Förkunskaper i statistik förutsättas ej.

Hälften av utrymmet ägnas åt statistisk kvalitetskontroll (kontrolldiagram och i någon mån partiell provtagning). Läsaren får en god men kortfattad introduktion i ämnet och måste komplettera med andra arbeten för att kunna omsätta metoderna i praktiken.

Den andra delen av boken väger tyngre. Den behandlar på ett utmärkt sätt problem i samband med planläggning och analys av experiment. Tippett har här satt variansanalysen i centrum och ger en praktiskt hållen framställning därav som är av intresse även för icke-tekniker.

Boken ger den tekniskt intresserade en god uppfattning om några av den tekniska statistikens viktigaste områden. Det välskrivna arbetet kan livligt rekommenderas.

Gunnar Blom.

Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois publiées en 1897 suivies d'une notice sur Évariste Galois et la théorie des équations algébriques par G. Verriest. Deuxième éd. Gauthier-Villars, Paris 1951, X + 61 + 56 p., 300 fr.

I denna bok har ett omtryck av de bevarade arbetena av É. Galois (1811—1832), som utkommo 1897, sammanbundits med en uppsats av G. Verriest om Galois's insatser inom teorin för algebraiska ekvationer. Dennes korta och händelserika liv har väl som få andra matematikers väckt intresse såväl inom som utom fackmännens krets, och hans verk har haft betydelse för den fortsatta utvecklingen inom stora delar av matematiken. É. Picard skriver i inledningen till denna bok, att ingen matematiker överträffar Galois, i vad det gäller originaliteten och djupet i de begrepp han infört.

De artiklar, som Galois hann publicera under sin livstid, upptaga endast 22 trycksidor och utgöras av uppsatser om oändliga kedjebråk, talteori och ekvationsteori. De postuma arbetena bestå av hans bekanta vetenskapliga testamente i form av ett brev till vännen Auguste Chevalier, skrivet dagen före Galois's död, samt två uppsatser om möjligheterna till algebraisk lösning av ekvationer. Det är väl dessa sist nämnda arbeten, som mest intressera en nutida läsare; Verriests uppsats är avsedd att vara en introduktion, som vidgar kretsen av dem, som med behållning kunna taga del av deras innehåll, och den synes väl kunna fylla detta ändamål. Boken prydes av ett porträtt av Galois som försättsplansch.

Tord Ganelius

R. S. Underwood and F. W. Sparks, *Living Mathematics*, McGraw-Hill, New York, Toronto, London 1949. Sec. ed., Pp. 374, 20 s. net.

Denna lärobok, som författats av tvenne lärare vid ett tekniskt gymnasium i Texas, vill vara »annorlunda» än de vanliga torra böckerna, och framställningssättet är också mycket friskt i ordvalet, ibland kanske väl hurtfriskt. Men förf. påpeka i sitt förord, att de skrivit sin bok med tanke på de stora skaror studerande, som äro rädda för matematiken, därför att den skulle vara så gräsligt tråkig. Innehållet täcker både en svensk gymnasiekurs (algebra, funktionslära, trigonometri, analytisk geometri) och därutöver en del integralräkning, sannolikhetskalkyl, kongruensräkning m. m. Genomgången av de olika delarna förefaller på många ställen väl ytlig, men å andra sidan finnes för befästande av färdigheterna ett överväldigande antal småexempel, som den studerande kan lösa, och sakligt sett är framställningen hela tiden

kryddad med intressanta utblickar. Huruvida en lärobok av denna typ är pedagogiskt överlägsen de traditionella framställningarna är naturligtvis svårt att avgöra. Kanske något för försöksverksamheten?

Sven Hilding

John Cockcroft, *The Development and Future of Nuclear Energy.* The Romanes Lecture, delivered in the Sheldonian Theatre 2 June 1950. Oxford, at the Clarendon Press, 1950, 23 p.

Cockcroft kan betraktas som en lärjunge till Rutherford, de ha båda arbetat på samma institution, Cavendish-laboratoriet i Cambridge. Och därför kan förf. i sitt föredrag även berätta några för fysikens historia värdefulla notiser, t. ex. om hur den unge Marsden blev satt att göra några tekniskt enkla experiment med α-strålar, som snart blevo av den allra största betydelse för kärnfysikens uppkomst. Rutherfords geniala intuition framhålles med all rätt. Astons mass-spektrograf är en viktig milstolpe på vägen mot en djupare insikt i atomernas struktur. Den hjälpte atomfysiken på rätt väg, varvid Einsteins egendomliga kalkyler över sambandet mellan energi och massa visade sig vara riktiga.

Det är viktigt att få bekräftat, att Rutherfords oerhörda intresse för kärnfysiken aldrig var baserat på någon önskan att ernå en tekniskt värdefull frigörelse av atomenergi. För Rutherford var det närmast ett »kategoriskt imperativ» att söka förstå naturens djupaste hemligheter oberoende av alla tekniska konsekvenser.

Men för de mera »moderna» fysikerna kom problemställningen i ett nytt läge genom det andra världskriget, som tvingade fram atombomben. Vilken krigande part skulle komma först? Kapplöpningen, sedd från engelsk synpunkt, skildras enkelt och naturligt, utan överord.

Den fredliga humanitära nyttan av Englands olika uranmilor, som nu producera radioaktiva isotoper åt sjukhus och fysiklaboratorier, framhålles — med all rätt. Men den egentliga *tekniska* nyttan av atomenergien — som ersättning för stenkol och vattenfall — vågar förf. ej yttra sig om ännu. Han ber om 10 års betänketid — innan han kan våga några förutsägelser. Kanske man kan gå en annan väg och erhålla energi enklare genom att bygga upp atomer i stället för att splittra dem? Man efterliknar i så fall vad som sannolikt händer inne i solen och stjärnorna. Under alla omständigheter böra vi fortsätta att söka skaffa oss mera kunskap om atomernas fysik.

J. Tandberg

George Guinier, *Éléments de physique moderne théorique II:* Structure de l'atome et du noyau. (Bibliotèque de la science moderne). Bordas, Paris 1950, pp. 161—309. Pris ej angivet.

Andra delen av Guiniers bok (första delen anmäldes i Elementa 33, (1950), 124) är uppdelad i tre kapitel. Först behandlas atomens byggnad och den kemiska bindningen, varvid krafter av Heitler-London-typ och van der Waals-typ bli närmare studerade. Man har kanske svårt att förstå, varför författaren drar en så skarp gräns mellan detta avsnitt och det följande, som bär överskriften »La théorie des quanta et la spectroscopie» och f. ö. klart framställer grunderna av teorien för atom- och molekylspektra. Det sista kapitlet ger en kort skiss över atomkärnornas uppbyggnad, avslutad med en i sammanhanget överdimensionerad redogörelse för Gamows teori för alfa-radioaktiviteten. En tabell över det periodiska systemet i slutet av boken tilldrar sig uppmärksamheten såväl genom sin opraktiska och spatiösa uppställning (11 sidor) som genom sitt magra innehåll — det hade nog rymts på 2 sidor.

L. Hulthén

H. M. Barlow—A. L. Cullen, *Micro-Wave Measurements.* Constable and Company Ltd, London 1950, Pp. XVI + 399, 30 s. net.

Engelsmännen ha inte visat sig särskilt angelägna om att i handboks- och monografiform exponera den rikedom av erfarenheter, som under det sistförflutna decenniet ackumulerats i deras land. Man är därför tacksam för varje bok som kommer, så mycket mer som engelsmännen kunna konsten att skriva essentiellt.

Föreliggande bok karakteriseras bäst av en passus i förordet (kursiveringen av rec.): »The selection of material for this book has been governed by a desire to present primarily those techniques of wide application. *Particular attention has been given to principles of operation rather than to details of the apparatus itself,* and no attempt has been made to describe instruments or arrangements of a specialised character. In some cases typical experimental observations have been included to assist in the full understanding of the measurement concerned ...»

Boken är skriven för elkommunikationstekniker men är av minst lika stort intresse för mikrovågsfysiker.

Professor Barlow, som i ett tidigare arbete (Elementa *31,* 244, 1948) använde icke-rationaliserade mks-enheter, har med denna bok tagit steget fullt ut och bekänner sig nu till den rena läran.

Torsten Jönsson

Kurs i optik. Teknisk Tidskrifts förlag, Stockholm 1950, 122 sid., format A4, kr. 14:—.

»Uppsatserna i detta kompendium utgör bearbetningar av föredrag, hållna vid en kurs i optik anordnad den 25—27 november 1948 av Tekniska Fysikers Förening, avdelning av Svenska Teknologföreningen, och Svenska Sällskapet för Fotogrammetri.»

Den avskräckande benämningen kompendium i förlagets ovan citerade ingress svarar inte alls mot bokens karaktär. Författarna ha genomfört en behaglig avvägning vid behandlingen av sina respektive temata, och framställningen är genomgående så fyllig, att föga tankeansträngning kräves av läsaren. Anmälaren förordar livligt, att boken anskaffas till läroverkens bibliotek; flera av uppsatserna kunna läsas av fysiker i högsta realringen och säkert med ökad sympati för optiken som följd.

Boken innehåller i ordning följande uppsatser (förf. inom parentes): Ljusets natur och några allmänna optiska hjälpmedel (docent Erik Ingelstam), Geometrisk optik (ingenjör Evert Aulin), Fysikalisk optik (Ingelstam), Ögat som optiskt instrument (professor J. Wilhelm Nordenson), Optiska instrument (ingenjör Jiri G. Vogl), Tillverkning av optiska element (Aulin), Geodetiska instrument (docent Arne Bjerhammar), Mätkameror (civilingenjör Olof Hagsten), Optiska faktorer inom fotogrammetrin (tekn. dr Percy Tham).

Uppsatserna äro sålunda skrivna av aktiva svenska optikforskare och instrumentkonstruktörer; de äro alla väl illustrerade.

Boken bör kunna bidra till att ge våra fysiklärare en ny och mera verklighetstrogen syn på optiken, vars framträdande i svensk akademisk undervisning oftast varit föga exciterande. Utvecklingen står ingalunda stilla inom denna gamla gren av fysiken, och tillämpningsområdet vidgas ständigt. *Torsten Jönsson*

H. Alfvén, *Cosmical Electrodynamics.* Oxford, at the Clarendon Press, 1950, 237 pp., 78 Fig., 25 s. net.

Sedan Newtons tid och ända fram emot våra dagar har det varit en vanlig föreställning, att den celesta mekaniken, baserad på några få enkla lagar eller principer, kunde beskriva alla himlakroppars rörelser hur noga som helst, om blott några få data voro givna. De enda allvarliga svårigheter, som kunde väntas, voro av matematisk natur — som t. ex. när det gällde tre eller flera kroppars samtidiga rörelser. Någon begränsning med hänsyn till om det gällde *stora* eller *små* kroppar existerade ej. (Kanske med undantag för betraktelser över kometsvansar.)

Inför skönheten av ett sådant fullkomligt system skriver den unge studenten Es. Tegnér år 1801, då han förberedde sig till prövning i matematik (med astronomi) för fil. kand.-examen, en dikt, där det heter:

Och lagen hvartil stjernan dömmes
Hvad friar grandet derifrån?

På denna retoriska fråga skulle man numera helt prosaiskt kunna svara: *magnetiska och elektriska fält!*

Newtons klassiska mekanik tar icke hänsyn till att små partiklar oftast äro elektriskt laddade och att de röra sig i magnetiska och elektriska fält. Det kan uppstå krafter, som med flera tiopotenser överträffa gravitationskrafterna. För att förstå vad som händer, måste man rådfråga *elektroniken.*

Prof. Alfvén tillämpar detta sitt läroämne på kosmiska problem och kommer med en rad nya synpunkter, uppslag, förklaringar och förutsägelser. Han visar först hur en laddad partikel måste röra sig i rymden, utsatt för magnetiska och elektriska fält, och han kommer därmed över till behandling av den kosmiska strålningen. Alfvéns förklaring av solfläckarna och deras egendomliga beteende har redan väckt internationell uppmärksamhet, bl. a. därför, att han påvisat nödvändigheten av att det inne i solen existerar en förut ej beaktad art av vågrörelse: »magneto-hydrodynamiska vågor». Ett dylikt säreget fenomen kan lätt demonstreras på varje laboratorium, som disponerar en kraftig magnet och några liter kvicksilver. Men det har ej blivit gjort förut!

Hela astrofysiken beröres allvarligt av dyliga experiment, som sammanhöra med uppkomsten av solfläckar och protuberanser. Alfvén behandlar även magnetiska stormar, norrsken och andra elektriska fenomen.

Denna bok rekommenderas åt en var av astronomi, astrofysik eller geofysik intresserad. Boken är ojämförligt mycket lättare att läsa än Newtons Principia, — ett verk, som man av flera skäl kommer att tänka på, ty vissa analogier föreligga!

J. Tandberg

Tor Bergeron, *Nyare rön om nederbördens uppkomst och fördelning.* Generalstabens litografiska anstalts förlag, Stockholm 1949. Särtryck ur Ymer nr 3 1949, 28 s., kr. 2:—.

På senare år ha meteorologer och fysiker med den amerikanske nobelpristagaren Langmuir i spetsen bedrivit intensiva och kostbara forskningar för att söka lösa problemet att på konstgjord väg producera regn. Mycket värdefulla rön ha därvid gjorts, och

vid några tillfällen har man verkligen lyckats att lokalt nå positiva resultat. Men varför har det inte gått att i större skala ingripa i naturens eget regnmakeri? Svaret ges i ovannämnda uppsats av den internationellt välkände meteorologiprofessorn i Uppsala, vilken själv lämnat värdefulla och bestående bidrag till att förklara den naturliga nederbördens uppkomst och orsakerna till dennas ofta till synes nyckfulla fördelning på jordytan. Större delen av uppsatsen ägnas åt dessa problem med tonvikten lagd på förhållandena i Sverige.

Förf. kan konsten att i lättfattlig och populär form redogöra för ofta invecklade meteorologiska spörsmål utan att göra avkall på korrektheten i framställningen. Särskilt med tanke på de många vanföreställningar på väderlekslärans område, vilka fortfarande finnas kvar och t. o. m. tycks föras till torgs i skolor och skolradio, vore det verkligen skada, om ej vederhäftiga populära framställningar på meteorologiens olika områden finge den spridning de förtjäna. Man kanske t. o. m. kan hoppas, att förf. i något sammanhang återkommer och delar med sig av sin stora erfarenhet på den praktiska väderlekslärans område.

H. Henrikson

Engelbert Broda, *Advances in Radiochemistry and in the Methods of Producing Radioelements by Neutron Irradiation.* Cambridge Monographs on Physics. Cambridge University Press 1950, XI + 152 sid., kr. 13: 50.

Användningen av begreppen »radiokemi» och »kärnkemi» i svenska språket är för närvarande under debatt i fackkretsar. Något av alla erkänt ord för det ämne boken behandlar kan ej sägas ha utkristalliserat i vårt språk. Författaren återger några äldre författares definitioner av ordet »radiochemistry», och, följande synpunkter som härstamma från Paneth, stannar författaren själv för en definition, som enligt recensentens mening är ganska god, och som i svensk version borde lyda ungefär sålunda: Radiokemi är kemien för sådana substanser som upptäckas och bestämmas genom sin kärnstrålning.

Avsikten med boken är att täcka framstegen inom området efter utgivandet av de klassiska verken av Paneth (1928) och Hahn (1936), dvs. i huvudsak allt som tillkommit efter tillkomsten av den konstgjorda radioaktiviteten. Att uttömmande behandla detta på ett hundratal sidor är naturligtvis ej möjligt, även om man som författaren avsiktligt utelämnar den tillämpade radiokemien. Framställningen måste nog sägas vara väl kortfattad i många fall. I ersättning är referensmaterialet mycket omfångsrikt, och över huvud

visar boken, att författaren har mycket god kontakt med ämnets olika sidor. Man skulle blott önska att boken vore flera gånger större.

Mest utförligt behandlas framställningen av radioaktiva isotoper, speciellt med hjälp av neutroner. Här och på andra ställen meddelar författaren mycket av ren kärnfysik, men just sådant som kärnkemisten behöver känna till.

Då det ännu knappast föreligger någon lämplig lärobok i ämnet, bör nog denna bok kunna komma i åtanke som översikt. Den är även i så måtto lämpad för svenska förhållanden, att den i ganska stor utsträckning behandlar användning av svagare strålningskällor. Detta sammanhänger förmodligen med att författaren, för närvarande verksam i Wien, själv är hänvisad till anspråkslösa hjälpmedel. *Lars Melander*

Ludwig F. Audrieth m. fl., *Inorganic Syntheses.* Volume I (1939), II (1946), III (1950). McGraw-Hill Book Company Inc. 197 resp. 293 och 230 sid. Pris bundna $ 3.50, 4.00, 3.75.

Ett antal amerikanska vetenskapliga kemister med L. Audrieth vid Illinois' universitet som Editor-in-chief och vid hans sida en tiomanna redaktionskommitté av högskolemän har ställt sig bakom uppgiften att publicera valda oorganiska synteser. Motivet är att de vetenskapliga tidskrifternas bristande utrymme ofta nödgar författare att endast helt summariskt och utan erforderlig detaljrikedom redogöra för utförda synteser. Den, som vill eftergöra dem, kan därför tvingas att i någon mån söka sig fram med tidsförlust och överflödigt arbete som följder. Arbetet i fråga skall avhjälpa denna brist och utgöra en oorganisk motsvarighet till den sedan flera år utkommande serien av »Tillförlitliga metoder att framställa organiska preparat». Tillvägagångsättet är att forskare till redaktionskommittén insända detaljerade redogörelser för synteser, som de själva utfört, antingen helt nya eller förut kända, men utförda på ett nytt eller förbättrat sätt. Redaktionen föranstaltar en experimentell kontroll av metoden utförd av två kemister, vilkas namn, liksom även förslagsställarnas, återfinnas i den redogörelse, som eventuellt skall ingå i samlingsverket. En särskild expert granskar och rättar den kemiska nomenklaturen i uppsatserna.

Sammanlagt upptaga de hittills utgivna tre volymerna 201 synteser, alla prövade, utförligt återgivna och i allmänhet illustrerade. Endast en mycket liten del av dem är av omedelbart intresse för skolans undervisning i kemi; arbetet vänder sig till högskolornas elever och till självständigt arbetande kemister. Skolorna sakna,

även i de fall, då det syntetiserade ämnet omnämnes i skolkursen, i allmänhet de resurser och den tid, som skulle behövas. Några synteser kunde dock tänkas bli föremål för enskilt arbete. En uppräkning av några enkla eller intresseväckande försök bör dock vara motiverad.

I volym I: Röd kvicksilversulfid; trioxalatosalter av Al, Fe, Co, Cr; blydioxid; blytetra-acetat; lösningar av fri rodan; PCl_5; kristalliserad ortofosforsyra; en praktisk metod för framställning av klorvätegas; koboltkomplexer.

I volym II: koppar(I)klorid; silverklorat; en omfattande redogörelse för bearbetning av lantanidmineral, deras uppslutning, fraktionerad kristallisation, atomviktsbestämning, framställning av salter; koloxid; natriumcyanat; kväveoxid; alkalisulfit och pyrosulfit; cyan- och etylendiaminkomplexer av kobolt.

I volym III: natriumperoxid-8-hydrat; cyanamid, organokiselföreningar; kväve(V)oxid; kondenserade fosforsyror, polyfosfat.

Flera synteser fordra tillgång till och arbete med fri fluor, numera vardagsmat i USA. Det skulle vara roligt att få uppleva den dag, då fri fluor för första gången framställes och användes i en svensk skola.

Även den som inte kan få tillfälle att eftergöra dessa synteser, vare sig i skolan eller i egenskap av forskare, har stort nöje och kan lära sig mycket nytt av dessa förträffliga arbeten.

G. Starck

Paul Bergsöe, *Kemi för miljoner*. Övers. från danskan av Einar Grimsell, Natur och Kultur, Stockholm 1950, 388 s., kr. 19:50.

Författaren till denna innehållsrika, lättlästa bok är yrkestekniker, och boken behandlar mest kemiens praktiska tillämpningar. Historiska notiser och roliga detaljer göra framställningen i god mening populär, och till ett gott intryck bidrager verksamt den skickliga översättningen.

Det har varit författarens mening, att boken skall vara en hjälp vid självstudier, och det är kanske oberättigat att anlägga pedagogiska synpunkter vid bedömningen av verket. Emellertid: att kemi skulle vara svårt för nybörjaren anser förf. bero på »att det svåraste skall läras först» — »sådan den klassiska uppläggningen nu är». Han vill i stället börja med det lättaste, nämligen de grundämnen, som ha de enklaste föreningarna. Därför behandlas först guld och platina med tämligen utförlig uppräkning av komplexföreningars formler(!) och diskussion av, hur kungsvatten verkar, utan att ordet oxidation nämnts förut. Förslag till experiment och goda råd lämnas i särskilda avsnitt, som vilja tala direkt till en ung

läsare, men knappast tilltala en äldre: »Natriumamalgamet skaffar du dig genom att i en degel försiktigt sätta 1 gram natrium till 20 g kvicksilver.» »Man måste alltid vara försiktig vid arbete med starka syror, men det lär man sig automatiskt, när man ett par gånger fått stänk av syror på kläderna eller på händerna och i ansiktet».

Även om »lärogången» är kuriös och de teoretiserande avsnitten billiga, vill jag visst inte avråda den kemiintresserade att läsa *Kemi paa en anden Maade* — bokens *danska* titel säger en hel del!

Bertil Englund

Maxwell Leich Eidinoff och Hyman Ruchlis, *Atomkunskap för millioner*. Övers., Natur och Kultur, Stockholm 1950, 350 s., kr. 16:50.

Boken innehåller fyra huvudavdelningar: Upptäckandets skede, Atomens arkitektur, Atomenergien i praktiken samt Du och atomen tillhör varandra. Läsaren får sålunda först stanna inför några av de viktigaste milstolparna i atomfysikens utvecklingshistoria, sedan följer huvuddragen av atomens struktur, elementarpartiklar och atomfysikaliska apparatutrustningar. Därpå skildras atomenergimaskinernas och atombombens förutsättningar, såsom plutonium, uran 235, tungt vatten och kedjereaktioner, varefter bokens sista avdelning ägnas åt atomenergiens användning i fred och krig. Boken vänder sig till allmänheten, som här presenteras en populär framställning av de elementa, som äro nödvändiga, för att vi skall kunna förstå den tid, vi lever i.

Det är naturligtvis svårt att berätta om dessa ting så, att allmänheten begriper framställningen, och förf:na använder påfallande ofta bilder och liknelser av olika slag för att kringgå svårigheterna. Detta gäller särskilt illustrationerna, där tecknaren i sin strävan att göra det hela fattbart och nöjsamt ofta använder helt ovidkommande metoder. Vad skall man sålunda säga om en bild av kaniner, som skutta omkring med en mängd urladdningsrör som illustration till ett kapitel om hur »tomma glasrör avslöjar atomhemligheter»? En alltför bildrik framställning kan medföra en sådan slapphet i tankegången, att läsaren får en felaktig uppfattning om begreppsvärlden i fysik och kemi. Alla bilder är tecknade, även sådana som borde ha medtagits i fotografisk form, t. ex. bilder av elementarpartiklarnas dimspår i Wilsonkammare. En teckning kan inte konkurrera med de fina detaljerna eller stora dragen av de vackra och instruktiva Wilsonkammarfotografier, som numera är tillgängliga.

I skildringen av antikens fysikaliska världsbild tillmätes Aristoteles en betydelse, som numera anses diskutabel. Hans antagande om de fyra elementen jord, vatten, luft och eld, som han f. ö. erhöll från Empedokles, innebär ju ur atomteoretisk synpunkt en tillbakagång jämfört med atomisternas tidigare framförda atombegrepp. Demokritos' antagande om de odelbara atomerna måste i varje fall anses som en »vetenskaplig sats» i minst lika hög grad som antagandet om de fyra elementen. Går vi så fram till den kosmiska strålningens upptäcktshistoria, finner vi, att Hess blivit alldeles bortglömd.

Men boken har också sina förtjänster. Förf:na har i många fall ett gott grepp på innehållet, och skildringen är ofta innehållsrik och livfull. Som ett exempel kan framhållas hur de inregistrerar olika elektromagnetiska strålarter genom att försedda med en för alla våglängder känslig mottagare göra en resa genom en stad vid olika tider på dygnet. Den läsare, som kan tygla bokens bildspråk, kan säkert finna mycket av nytta och nöje. Boken inledes med ett förord av H. C. Urey och avslutas med några sidor om vätebomben, skrivna av prof. G. Ljunggren. Bengt Lindwalls översättning är mycket god.

B. Grundström

Joh. A. Joh:son Inghe och Walter Ekman, *Lärobok i kemi för realskolan*, I, Oorganisk kemi, 60 s., kr. 1:90. Svenska Bokförlaget, Stockholm 1950.

Lektor W. Ekman har gjort en omarbetning av Inghe-Magnussons kända lärobok. Den viktigaste nyheten är, att Brönsteds syra-basdefinitioner införts. Detta sker först långt fram i boken; eleverna få sålunda göra bekantskap med syror, baser och salter långt innan dessa ämnesgrupper strängt definierats. Det går naturligtvis utmärkt: en experimentell undersökning och en beskrivning av ämnena kräva inga definitioner.

Dispositionen av lärostoffet följer i stort sett den äldre läroboken. Stoffurvalet är förträffligt: just vad som behövs som grund för gymnasiekemien och detta utan att omfånget tillåtits svälla. Språket är i allmänhet mycket klart och enkelt.

Förslag till ett antal lämpliga laborationer ha gjorts, och i slutet av boken ges en värdefull översikt över de viktigaste metoderna för framställning av metaller, oxider, sulfider, syror, hydroxider och salter. In summa: ett välkommet tillskott till redan befintliga utmärkta läroböcker för nybörjarstadiet.

Einar Grimsell

H. L. Heys, *Roliga kemiförsök för pojkar och flickor*. Övers. Natur och kultur; Stockholm 1951, 256 s., kr. 9: 50.

H. L. Heys är engelsman och huvudlärare i kemi vid Collegiate School i Liverpool. Denna bok är ingen lärobok utan en förströelse- och hobbybok. Den är avsedd för pojkar och flickor mellan elva och aderton år, som äro intresserade av att hemmalaborera i kemi. Författaren ger goda och rikliga anvisningar på hur man skaffar sig ett hemmalaboratorium, hur man arbetar med glas och hur kemiförsök skola utföras. Han säger sig själv ha lekt, att han var en ung experimentator, att han själv laborerat med den materiel, som beskrives och gjort försöken under samma betingelser, som han måste räkna med för de unga. Det är också det intryck man får vid genomläsning av de över hundra försöksbeskrivningarna. Många försök äro gamla välkända, många äro också nyheter. Försöken med växande kristaller höra dit. Författaren har experimenterat fram metoder, som göra det lätt att få vanliga ämnens kristaller att växa. Det tar visserligen en tid av fyra månader att få en vacker alunkristall med en kant av 8 cm, men det kan det vara värt. Kapitlen om plastmaterial innehåller många trevliga försök; hur kaseinplaster och karbamidplaster framställas och formas till nyttosaker, såsom servettringar, tändstickssträll etc. eller hur man handskas med moderna halvfabrikat av plastmaterial, som tillhandahållas i form av skivor och blad.

Det finns inte gott om premieböcker för experimentlysten ungdom, men här är en.

Walter Ekman

Bonniers Konversationslexikon, andra uppl. Bd XV. Supplement A—Ö. 1676 spalter. Stockholm 1950.

Verket har under hela utgivningstiden granskats i samband med anmälan i Elementa. De härvid påpekade tryckfelen eller oriktiga uppgifterna ha tyvärr i blott ringa utsträckning beaktats av red. Det kan därför vara lämpligt att här erinra om några rättelser, som tidigare publicerats i Elementa, men som ej beaktats ens i supplementbandet.

Bd IV innehåller bl. a. en *fysikalisk* artikel om *Energi*, som definieras: »*Förmåga att utföra arbete*». En hänvisning: »Jfr Effekt», leder till den riktiga upplysningen: »*Effekt, ... äldre benämning arbetsförmåga*».

Bd VI upplyser, att *Hästkraft* är »*den kraft*, som åtgår för att lyfta 75 kg 1 m el. 1 kg 75 m på 1 sek.». Det göres alltså icke någon konsekvent och skarp distinktion mellan de tre begreppen kraft, energi, effekt.

Bd VI innehåller en oriktig uppgift om *Guericke* och Bd XI om *Renium* och *Rökgasanalys*, vilket allt påpekats i Elementa.

Bd XIV upplyser om halten av svavelsyra (S_2O_3!) i *Urin* och nämner att *Vanadin* är 3- el. 5-värt, oaktat det veterligen bl. a. existerar sådana föreningar som VCl_2, $VOCl_2$ och (den i artikeln medtagna) VCl_4. Artikeln *Vatten* innehåller en olycklig framställning om hårdhetsgraden, varom närmare i Elementa, årg. 32, sid. 139. Att *Väte* normalt *består av* 3 isotoper är oriktigt, ty isotopen tritium är ju instabil och förekommer knappast i naturen, den måste tillverkas vid behov. *J. Tandberg*

Recensenter i detta häfte: fil. lic. G. Blom, Stockholm; lektor W. Ekman, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; fil. lic. T. Ganelius, Stockholm; lärov.adj. E. Grimsell, Norrköping; lektor B. Grundström, Djursholm; statsmeteorolog H. Henrikson, Stockholm; docent S. Hilding, Stockholm; prof. L. Hulthén, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; docent L. Melander, Stockholm; docent S. B. Nilsson, Lund; lektor K. Persson, Stockholm; lektor G. Starck, Stockholm; prof. J. Tandberg, Stockholm.

Gradualavhandlingar[1]

Folke A. R. Lannér, *On complexes with transitive groups of automorphisms.* Lund 1950, 71 s. Disputation i Lund den 14 november 1950. Opponenter: Professorn vid Danmarks Tekniska Högskola Jakob Nielsen och lektorn vid Köpenhamns Universitet Svend Bundgaard.

Om man i varje kvadrat på ytan av en kub drar diagonalerna samt sammanbinder motstående sidors mittpunkter, så erhåller man en triangeluppdelning med följande egenskaper:

1. Till varje par av trianglar finnes en av speglingar sammansatt avbildning av kuben på sig själv, som överför den ena triangeln i den andra.

2. Det finnes ingen sådan avbildning, som permuterar en triangelns hörn.

Om man numrerar två hörn, som kunna överföras i varandra, med samma siffra ur en viss taltrippel, får man en sådan numrering av mängden av hörnpunkter, att vid numrering av varje triangel har använts alla tre siffrorna ur trippeln.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

Den n-dimensionella motsvarigheten till denna triangulering fås genom den analoga uppdelningen av randen till en $(n+1)$-dimensionell kub samt numrering av hörnpunkterna med tal ur en mängd ω av $n+1$ heltal så,

> att vid numreringen av ett godtyckligt n-dimensionellt simplex har använts samtliga $n+1$ tal ur ω. (N)

Med n-dimensionellt simplex menas här det konvexa höljet till $n+1$ lineärt oberoende punkter eller en bild av detta hölje genom en topologisk avbildning. Med denna numrering blir varje k-dimensionellt simplex ur uppdelningen »märkt» med en kombination ur ω av ordning $k+1$.

I avhandlingen undersökas mängder av simplices, som äro numrerade så att (N) är uppfyllt och som utgöra uppdelningar av n-dimensionella mångfalder eller vissa allmännare n-dimensionella komplex. Sådana simplexmängder uppfylla ett visst axiomsystem, som utgör en abstrakt beskrivning av mängden. Varje mängd $A(\omega)$, vars element äro indicerade med kombinationer ur ω och som uppfyller detta axiomsystem, kallas ett ω-komplex. Varje ω-komplex är isomorft med ett ω-komplex, vars element äro numrerade simplices, dvs. det finnes en enentydig tillordning mellan ω-komplexen, som överför ett element i ett med samma indicering försett och incidenta element i incidenta.

Ett ω-komplex $A(\omega)$ kallas regulärt, om det finnes en grupp $G(A(\omega))$ av automorfismer, som är transitiv med avseende på de n-dimensionella elementen. (Jmf. kuberna). Det visas att ett regulärt $A(\omega)$ är entydigt bestämt av $G(A\omega))$ och ett »karaktäristiskt system av undergrupper» hörande till $A(\omega)$. Mängden av vänsterbiklasser i $G(A(\omega))$ efter grupperna i det karaktäristiska systemet av undergrupper bilda efter lämplig definition av incidens och numrering ett ω-komplex, som är isomorft med $A(\omega)$. Med hjälp av detta ω-komplex bevisas nödvändiga och tillräckliga villkor för att en grupp G skall vara isomorf med en transitiv grupp av automorfismer till ett regulärt ω-komplex. Vidare studeras hur vissa egenskaper avspegla sig i $G(A(\omega))$ och ett till $A(\omega)$ hörande karaktäristiskt system av undergrupper.

För ett regulärt $A(\omega)$, som är fullständigt sammanhängande och där varje $(n-1)$-dimensionellt simplex är incident med två n-dimensionella, undersökes hur enkelt sammanhang hos $A(\omega)$ avspeglar sig i systemet av definierande relationer till $G(A(\omega))$. Vidare visas att det finnes en omvändbart entydig tillordning mellan en viss mängd av invarianta undergrupper och mängden av de ω-komplex, som ha $A(\omega)$ till oförgrenad överlagring.

En speciell undersökning utföres över de ω-komplex, som förutom ovan nämnda egenskaper äro enkelt sammanhängande och dessutom ha ett visst lokalt enkelt sammanhang. Samtliga regulära sådana ω-komplex uppräknas, och det visas att vart och ett av dem kan realiseras som en regulär uppdelning av en sfärisk, euklidisk eller hyperbolisk rymd.

Gunnar Källén, *Formal integration of the equations of quantum theory in the Heisenberg representation*, Almqvist & Wiksell 1950 jämte två uppsatser i Arkiv för fysik (band 2 nr 19 och band 2 nr 34). Disp. i Lund $^{24}/_{11}$ 1950. Opponenter: docent Sven Bertil Nilsson och docent Bengt Holmberg.

Avhandlingen innehåller en diskussion av de metoder, som under de senaste åren utarbetats av Schwinger, Dyson m. fl. Det har lyckats den förre att medelst ett särskilt förfaringssätt (renormalisation, ursprungligen angivet av Bethe) isolera och åtminstone delvis eliminera de divergenta integraler, som uppträda vid beräkningen av strålningsteoretiska korrektioner till kvantmekaniska storheter. Härvid har som slutresultat erhållits formler, som kunnat prövas experimentellt och som hittills visat sig ge resultat, vilka väl överensstämma med utförda mätningar. För att kunna behandla de uppträdande divergenserna har Schwinger sett sig nödsakad använda en speciell representation (införd av Tomonaga och av honom kallad »interaction representation»), som utgör ett mellanting mellan de hittills brukliga Heisenberg- och Scrödinger-representationerna av kvantmekaniska operatorer. De ekvationer, som beskriva fältoperatorernas tidsberoende, bli speciellt enkla i växelverkningsrepresentationen, men i stället erhålles för tillståndsvektorns tidsberoende en ekvation, som något påminner om den vanliga Schrödingerekvationen. Lösningen av denna ekvation blir formellt tämligen besvärlig och innebär vid Schwingers metodik egentligen en återgång till Heisenbergrepresentationen. I avhandlingen har visats, att Schwingers resultat kunna erhållas direkt, om man räknar i en Heisenbergrepresentation och använder sig av en konsekvent utveckling efter kopplingskonstanten, spec. vid kvantumelektrodynamiken efter elektronladdningen. Man erhåller på detta sätt för de successiva approximationerna differentialekvationer, som lätt kunna lösas med hjälp av de singulära funktioner, vilka införts av Schwinger och andra. Åtminstone för de lägsta approximationerna förenklas på detta sätt det formella arbetet högst betydligt. Vid de högre approximationerna erhålles ingen egentlig förenkling, men i stället blir vissa av den tidigare teorins formella föreskrifter mera naturliga.

INGVAR LINDQVIST, *Some new aspects of the polymolybdates.* Disp. i Uppsala $^{25}/_{11}$ 1950. Opponenter: docent ARNE MAGNÉLI och fil. mag. NILS KARLSSON.

Frågan om polymolybdaternas struktur har under det sista århundradet varit föremål för mycken spekulation från komplexkemisternas sida. En till synes slutgiltig förklaring lämnades omkring 1930 av G. Jander, som baserade sina teorier på diffussions- och ledningsförmågemätningar. Han förklarade t. ex. paramolybdaten såsom $R_5HMo_6O_{21} \cdot aq$ ($5R_2O_3 \cdot 12MoO_3 \cdot aq$) och tetramolybdaten såsom $R_3H_3Mo_6O_{21} \cdot aq$ ($R_2O \cdot 4MoO_3 \cdot aq$), dvs. som om de innehölle de sura jonerna $4Mo_6O_{21}^{5-}$ resp. $H_3Mo_6O_{21}^{3-}$.

Strukturbestämningar med röntgenkristallografiska metoder ha emellertid visat att dessa joner i de fasta salterna äro $Mo_7O_{24}^{6-}$ resp. $Mo_8O_{26}^{4-}$. Den förra. jonen motsvarar tydligen en formel $3R_2O \cdot 7MoO_3 \cdot aq$ för paramolybdaterna, vilken också analytiskt visats vara riktig.

Andra föreningar, vilkas struktur bestämts, äro $Na_2Mo_2O_7$ och $MoO_3 \cdot 2H_2O$, den s. k. gula molybdensyran. Dessa ämnen innehålla ej diskreta molybdenjoner. $MoO_3 \cdot 2H_2O$ är t. ex. uppbyggt av tvådimensionella joner, MoO_4^{2-}, som sträcka sig genom hela kristallen. Existensen av en jon H_4O^{2+} i denna förening har också diskuterats. $MoO_3 \cdot 2H_2O$ skulle alltså vara H_4OMoO_4.

Med utgångspunkt från de kända strukturerna ha polymolybdaternas kristallkemi jämförts med heteropolymolybdaternas.

Slutligen har i en diskussion av Janders mätningar visats att jonerna $Mo_7O_{24}^{6-}$ och $Mo_8O_{26}^{4-}$ existerar även i vattenlösningar av polymolybdat.

Tidskrifter

Populär astronomisk tidskrift, 1950: 3—4.

Ur innehållet: E. AULIN, Hale-teleskopet å Palomar Mountain; Å. WALLENQUIST, Lick-observatoriet i Californien; B. LINDBLAD, Studier över extragalaktiska stjärnsystem; H. KRISTENSON, Kontakttider vid solförmörkelser och deras användning; Y. ÖHMAN, Några intressanta »solar flares»; J. M. RAMBERG, H. O. Grönstrand. Notiser.

Tellus, Svenska Geofysiska Föreningen, Stockholm 1950: 3.

Ur innehållet: D. FULTZ, Experimental Studies of a Polar Vortex; D. STRANZ, The Lowest of the Ionized Layers of the Upper Atmosphere; W. H. MUNK and G. F. CARRIER, The Wind-driven Circulation in Ocean Basins of Various Shapes; B. BOLIN, On the influence of the Earth's Orography on the Westerlies; D. REX, Blocking Action in the Middle Troposphere; S. EVJEN, On the Use of Areas of Rising and Falling Pressure; A. SUNDBORG, Temperature Conditions in an Urban Area.

IVA, 1950: 4—5.

Ur innehållet: Den mekaniska differentialanalysatorn vid Chalmers tekniska högskola; Automatisk, registrerande kompensator med stor känslighet; The composition of tall oil and its destillation; High Temperature Extraction of Peat; Frans Kempe, en minnesteckning.

Nordisk Astronomisk Tidsskrift, København 1950: 4; 1951: 1.

Ur innehållet: O. SCHMIDT, Ægyptisk astronomi; P. NAUR, Nyere teorier for solsystemets opståen; O. C. WILSON, Planetariska tåger; A. HERMANSEN, Om monokromatiske lysfiltre; G. REBER, Galaktiske radiobølger. Mindre meddelelser. Tycho Brahes instrumenter.

Matematisk Tidsskrift, København 1950. *A*: 3—4.

Ur innehållet: H. JENSEN, De seks uendelige regulære polyedre; CHR. MORTENSEN, Flugtende cirkelbuer; J. HJELMSLEV, Den utvidede ptolemæiske læresætning og Strehlke's formel; D. FOG, Om at gå fra grænsen. Prisopgaver. Danske eksamensopgaver.

Fysisk Tidsskrift, København 1950: 1—4.

Ur innehållet: J. BJERRUM, Syre-basbegrebets udviklingshistorie og om det hensigtmæssige i at indføre et særligt antibasebegreb ved siden af syrebegrebet; H. STORM, Huygens princip; R. E. H. RASMUSSEN, Undersøgelse af en dæmpet vægt; A. NIELSEN, Halvledernes teori og anvendelser; K. G. HANSEN, Lektor Chr. Jensen; C. MØLLER, Hideki Yukawa; N. BJERRUM, Om isens struktur; A. HERMANSEN, Om interferensfiltre; B. BAK, En ny slags molekylspektre, mikrobølgespektrene. Danske eksamensopgaver.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1950: 3—4.

Ur innehållet: S. SELBERG, Prof. R. Tambs Lyche 60 år; K. PIENE, Nytt om π; D. HARKIN, The Scientific Contributions of Niels Henrik Abel and Sophus Lie; E. GÖTLIND, A System of Postulates for Lewis's Calculus S 1; W. ROMBERG, Teilbarkeitsproben und Rechenkontrollen; K. PIENE, The Place of Mathematics in the Norwegian Secondary Schools. Examensoppgaver.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1951; Januar.

Ur innehållet: E. K. BROCH, C. F. Powel; K. A. WINGÅRDH, Benjamin Thompson, greve von Rumford; N. KNUDTZON, Experimentell undersøkelse av statistiske karakteristikker for filtrert fluktuasjonsstøy; AADNE ORE, Virialteoremet. Referat fra Fysikermøtet i Oslo 8.—10. juni 1950.

Naturen, Bergen 1950: 5—12.

Ur innehållet: J. DAHL, Forgjær; K. S. KLINGENBERG, Om lengdemålets utvikling gjennom tidene; J. ROSIN, Kjemokratiet, fremtidens samfunn; K. FAGRI, Omkring granens innvandring i Vest-Norge; H. LARSEN, Bedre utnyttelse av fotosyntesen; AADNE ORE, H. Bondi og T. Golds Verdensbilde; G. HYGEN, Plantenes kullsyreassimilasjon belyst ved isotopforsøk; A. LØKEN, En elektronisk metode til å kartlegge bevegelsen hos insekter som lever i jorda; K. STRØM, Vitenskapsmennenes ansvar; I. RUUD, Hva er kulelyn?; S. EVJEN, Holdepunkter for temperaturvarsler på lengre sikt.

Science Progress. London 1951: January.

Ur innehållet: The Multiplication of Viruses; Chemical Aspects of Vision; The Theory of Changes of State; The Study of Wind-borne Insect Populations in Relation to Terrestrial Ecology, Flight Periodicity and the Estimation of Aerial Populations; The Centenary of Penny's Process, A Landmark in the History of Analytical Chemistry. Recent Advances in Science: Astronomy, Physics, Meteorology, Organic Chemistry, Geology, Botanics, Zoology. Notiser och bokanmälningar.

Discovery, London 1950: December; 1951: January, February.

Ur innehållet: Biological Warfare; The Thunderstorm, A Natural Dynamo; The Mechanics of Snakes; Chromotography in Industry; Robert Boyle; Radio Astronomy; The Living Soil; Hormone Effects in Plants; Viruses, Molecules or Organisms?; Foucault's Pendulum, A Centenary Note; The Brilliance of Lord Rutherford; Sampling the Sea-bed. Notiser under rubriken »The Progress of Science». Bokanmälningar.

Insänd litteratur

J. B. Scarborough, *Numerical Mathematical Analysis.* The Johns Hopkins Press, Baltimore 1950, Pp. 511, $ 6.00.

David Halleday, *Introductory Nuclear Physics.* John Wiley & Sons Inc., New York 1950, Pp. 558, $ 6.50.

E. Pollard and W. L. Davidson, *Applied Nuclear Physics.* Sec. Ed., Wiley, New York 1951, Pp. 352, $ 5.00.

H. C. Corben and Ph. Stehle, *Classical Mechanics.* Wiley, New York 1950, Pp. 388, $ 6.50.

Fritz London, *Superfluids,* Vol 1. Macroscopic Theory of Superconductivity. Wiley, New York 1950, Pp. 161, $ 5.00.

R. A. Dutcher, C. O. Jensen, P. M. Althouse, *Introduction to Agricultural Biochemistry.* Wiley, New York 1951, Pp. 501, $ 6.00.

G. Burnistone Brown, *Science, its Method and its Philosophy.* Allen & Unwin, London 1950, Pp. 189, 15 s. net.

W. I. B. Beveridge, *The Art of Scientific Investigation,* Heineman, London 1950, Pp. 171, 10 s. 6 d. net.

F. Twyman, *Metal Spectroscopy.* Griffin & Co., London 1951, Pp. 569, 50 s. net.

H. M. Barlow, A. L. Cullen, *Micro-wave Measurements.* Constable & Co. London 1950, Pp. 399, 30 s. net.

G. G. Simpson, *The Meaning of Evolution.* Oxford Univ. Press 1950, Pp. 364, 18 s. net.

H. H. Hopkins, *Wave Theory of Aberrations.* Oxford Univ. Press 1950, Pp. 167, 15 s. net.

J. Cockcroft, *The Development and Future of Nuclear Energy.* Oxford Univ. Press 1950, Pp. 23.

R. Hill, *The Mathematical Theory of Plasticity.* Oxford Univ. Press 1950, Pp. 356, 35 s. net.

Y. Rocard, *Électricité,* Masson & Cie. Paris 1951, 538 p., 2200 fr.

H. Mark, T. A. et R. R. Mesrobian, *Etat actuel de la chimie et de la physique des molécules géantes.* Masson, Paris 1950, 545 p., 3150 fr.

PAUL APPEL. *Analyse mathématique.* Sixième éd. entièrement refondue par G. Valiron. Tome I, 408 p., 2000 fr. Tome II, 434 p. 2200 fr., Gauthier-Villars, Paris 1951.

L. DE BROGLIE, *Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques.* Deuxième éd. Gauthier-Villars, Paris 1951, 188 p., 1100 fr.

E. BLANC et L. DELHOUME, *La vie émouvante et noble de Gay-Lussac.* Gauthier-Villars, Paris 1950, 278 p. 600 fr.

Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois, suivies d'une notice par G. Verriest. Deuxième éd., Gauthier-Villars, Paris 1951, 61 p. + 56 p., 300 fr.

H. BEGHIN et G. JULIA, *Éxercices de mécanique.* Tome I: 1. Gauthier-Villars, Paris 1946, 337 p., 800 fr.

E. HYLLERAAS, *Matematisk og teoretisk fysikk* I. Fysikkens matematiske grunnlag. Grøndahl & Søn, Oslo 1950, 215 s., kr. 23: 45.

A. ALEXANDER og THS. SKJULSTAD, *Matematikk for realgymnasets reallinje,* del II, Aschehoug & Co., Oslo 1950, 270 s.

Inventories of Apparatus and Materials for Teaching Science. Vol. I. Primary, Secondary and Vocational Schools. Pp. 92. $ 1.00. Vol. III. Technical Colleges. Part 1. Veterinary Sciences. Pp. 98, $ 1.20. UNESCO, Paris 1950. Erhålles hos Fritzes Hovbokhandel, Stockholm.

Forskarnas Kontaktorgan vid Ingeniörsvetenskapsakademien. Analogimaskiner (matematikmaskiner), konferens 22—23 maj 1950. Stencilerad, 100 s. kr. 12: —.

Meddelande från matematikmaskinnämnden nr 3. Ecklesiastikdepartementet, Stockholm 1950, 3 s.

Tekniska Nomenklaturcentralen, TNC 14. Färg- och lackteknisk ordlista, Seelig & Co., Stockholm 1951, 148 s., kr. 6: —.

Ingenjörshandboken Del 3 a, Teleteknik. Allmän elektroteknik. Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1950, 1064 s., kr. 48: —.

LENNART SMITH, *Organisk kemi,* 4:e uppl. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1950, 336 s., kr. 9: 15.

B. WAHLSTRÖM, Uppgifter i fysik givna i studentex. vt 1926—vt 1950, Sv. Bokförlaget 1950, 127 s., kr. 1: 90.

Bokförlaget Natur och Kultur, Stockholm 1950:

BERTRAND RUSSELL, *Den mänskliga kunskapen.* Övers. 509 s., kr. 28: 50.

E. A. HYLLERAAS, *Atomerna.* Övers. 235 s., kr. 12: —.

K. A. WINGÅRDH, *Ljuset, dess natur och egenskaper.* 174 s., kr. 4: 50.

GÖSTA NYGREN, *Uppslagsbok i matematik, fysik och kemi.* 209 s., kr. 6: 75.

M. L. EIDINOFF och H. RUCHLIS, *Atomkunskap för millioner.* Övers. 350 s. kr. 16: 50.

PAUL BERGSÖE, *Kemi för miljoner.* Övers. 388 s., kr. 19: 50.

H. L. HEYS, *Roliga kemiförsök för pojkar och flickor.* Övers. 246 s., kr. 9: 50.

H. MCKAY, *Roliga försök med färg och ljus.* Övers. 235 s., kr. 6: 75.

J. GERALTON, *Vad vet du om ljudet?* Övers. 73 s., kr. 3: 90.

GÖSTA STENVINKEL, *Studentuppg. i matematik på reallinjen, allm. kurs.* 148 s., kr. 3: 90.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1739) *I varje triangel är* $abc : r \geqq a^3 : r_a + b^3 : r_b + c^3 : r_c$.

X.

1740) *I varje triangel är* $\Sigma(1+\cos A)^2(1-\cos A) \leqq \Pi(1+\cos A)$.

X.

1741) *Sidorna AC och BC i triangeln ABC tangera den inskrivna cirkeln i D resp. E och den utanför sidan AB vidskrivna cirkeln i F resp. G. Visa, att linjerna DG och EF skära varandra inuti triangeln ABC, att DG delar AB som EF delar BA samt att AB halverar DG endast om AC=BC.* *N. J.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

1742) I en rätvinklig triangel är den linje som förenar tyngdpunkten med den inskrivna cirkelns medelpunkt parallell med den ena kateten. Visa, att triangeln är egyptisk.

1743) I vilka fyrhörningar råkas diagonalerna och de linjer som förena motstående sidors mittpunkter i en punkt?

Svar: Endast, om fyrhörningen är en parallellogram.

1744) Hur förhålla sig sidorna till varandra i en triangel, som begränsas av en halvcirkels radier till inskrivna kvadratens hörn på bågen, den ena förlängd, och dess tangent i det ena hörnet?

Svar: 5 : 4 : 3.

1745) I vilka trianglar är $B-C=20°$ och $b^2-c^2=a^2:2$?

Svar: $A=43{,}16°$; $B=78{,}42°$; $C=58{,}42°$ el. $A=136{,}84°$; $B=31{,}58°$; $C=11{,}58°$.

1746) I en parallellt stympad pyramid ha basytorna en sammanlagd yta av 5 dm². Det plan, som går mitt emellan basplanen, gör ett snitt i pyramiden, som har ytan 2,25 dm². Bestäm pyramidens volym, om höjden är 3 dm.

Svar: 7 dm³.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérg. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1742—1744 äro insända av *N. J.*, 1745—1751 av *X.*

1747) Två (icke nödvändigt cirkulära) koner med höjderna a och b $(a>b)$ stå på samma basyta och äro vända åt samma håll (den mindre inuti den större). Ett med basplanet parallellt plan, som går på avståndet x från detta, utskär en sluten kurva i vardera konmanteln. Visa, att den mellan dessa kurvor liggande ringen har maximiyta, när $1:x=1:a+1:b$.

1748) Två klotytor med radierna 4 och 3 dm tangera varandra innantill i A. Beräkna radien i den klotyta med centrum i A, som delar mellanrummet mellan de två förstnämnda i två volymlika delar.

Svar: $2\sqrt[4]{74}=5{,}87$ dm.

1749) Vilka kurvor av typen $2y=x^3+ax^2+bx$ gå genom (1; 2) och tangera x-axeln?

Svar: $2y=x^3+3x^2$; $2y=x^3+2x^2+x$; $2y=x^3-6x^2+9x$.

1750) Beräkna abskissan för höjdernas skärningspunkt i den triangel, som bildas av linjerna $x+ky+k^2=0$, $x+ly+l^2=0$ och $x+my+m^2=0$.

Svar: -1.

751) Uttryck derivatan av $x+3\cot\frac{1}{3}x-\cot^3\frac{1}{3}x$ i $\cot\frac{1}{3}x$.

Svar: $\cot^4\frac{1}{3}x$.

Lösn. till uppg. 1710—1712

1710) *Styrlinjerna och en tangent till ett kägelsnitt äro givna. Bestäm orten för brännpunkterna.* *X.*

Vid lämpligt val av koordinatsystem äro styrlinjernas ekvationer $X=\pm m=\frac{a}{x}$, där $(x; y)$ är en brännpunkt, och tangentens ekv. $Y=kX$. Denna kan då också skrivas $Y-y=kX\pm\sqrt{ak^2+\beta}$, så att $y^2=ak^2+\beta=ak^2+a-x^2$ eller $x^2+y^2=\pm(1+k^2)mx$ dvs. orten är två cirklar. *N. J.*

Annan lösning: Den givna tangenten skär styrlinjerna s och s_1 i A, A_1 resp.; O är mittpunkten av AA_1. Den med s och s_1 parallella linjen l genom O är symmetriaxel till kägelsnittet (K), så att spegelbilden BB_1 i l av AA_1 även är tangent. Är nu F K:s till s hörande brännpunkt och P, Q dess kontaktpunkter med AA_1, BB_1 resp. (B på s), så är enl. kända satser 1) $\angle PFA=\angle QFB=90^\circ$ 2) $e=PF:PN=QF:QN$, där PN och QN äro normalerna mot s. Av symmetriskäl fås nu $PF:PA=QF:QB$ och $\triangle PFA\sim\triangle QFB$, varav $\angle A=\angle B$, så att F *ligger på cirkeln* AOB, F_1 *på dess spegelbild i* l. Man visar omvänt, att varje punkt mellan l och s på cirkeln AOB är

en ellipsbrännpunkt, varje punkt på andra sidan om s en hyperbelbrännpunkt.

Anm. Det inses, att OA är lika lång som de normaler ON^* till K, som gå genom O utan att sammanfalla med l. Därav följer, att *kägelsnitten ha reell eller imaginär bikontakt med cirkeln* ABA_1B_1 *m. a. o. enveloppen består av denna cirkel och linjerna* AA_1 *och* BB_1. *X.* Även löst av *I. Gunsjö.*

1711) *En variabel cirkel med centrum* M *på* y*-axeln går genom en fast punkt* A *på positiva* y*-axeln och skär den pos.* x*-axeln i* N. *Konstruera den punkt* X, *i vilken linjen* MN *tangerar sin enveloppe. Konstruera även enveloppens krökningscirkel i* X. *X.*

Regel: Fullborda romben $AMNL$. 1) Normalen LX mot MN (och AL) utskär den sökta kontaktpunkten X. 2) Upprita den cirkel genom A, som tangerar diagonalen LM i L. A:s diametralt motsatta punkt på denna cirkel är det sökta krökningscentrum.

Bevis: M_1N_1 är ett angränsande läge av MN, varvid $AM_1 > AM$. Avsätt $MM_0 = MM_1$ på förlängningen av NM, så att $M_0N = M_1N_1$. Mittnormalen till NN_1 råkar mittnormalen till M_0M_1 (identisk med bissektrisen till $\angle NMA$) i en punkt som $\to L$, när $N_1 \to N$, $M_1 \to M$; L är därför momentancentrum för linjen MN, när N är en fast punkt på denna linje. Därav följer 1. Orten för L är den parabel med fokus i A, som har x-axeln till styrlinje, och LM är dess tangent i L. Enveloppen för LX (identisk med evolutan för MN:s envelopp) är alltså parabelns negativa fotpunktskurva med avs. på fokus, och den punkt, i vilken LX tangerar denna, fås därför enl. 2 (enl. känd sats om dylika kurvor). *X.*

Även löst av *E. R. Levanto* och *N. J.*

1712) *A, B, C och D äro konsekutiva hörn till en i enhetscirkeln inskriven regelbunden sjuhörning. Visa, att ytan av triangeln ABD är* $\sqrt{7} : 4$ *ytenheter.* *N. J.*

Om ytan av triangeln ABD är T, fås $T = 2 \sin \frac{2}{7}\pi \sin \frac{4}{7}\pi \sin \frac{6}{7}\pi$.

Med hjälp av $\varepsilon = e^{2\pi i/7}$ kan man skriva $T = -\frac{1}{4i}\left(\varepsilon - \frac{1}{\varepsilon}\right)\left(\varepsilon^2 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)\left(\varepsilon^3 - \frac{1}{\varepsilon^3}\right) =$

$= \frac{1}{4i}\left(\varepsilon^6 - \frac{1}{\varepsilon^6}\right)\left(\varepsilon^5 - \frac{1}{\varepsilon^5}\right)\left(\varepsilon^4 - \frac{1}{\varepsilon^4}\right)$, då $\varepsilon^7 = 1$, $\varepsilon^r = 1 : \varepsilon^{7-r}$. Alltså är $T^2 =$

$= \frac{1}{16}\prod_1^6 \left(\varepsilon^r - \frac{1}{\varepsilon^r}\right) = \frac{1}{16}\prod_1^6 (1 - \varepsilon^r)$. Men $z^6 + z^5 + \ldots + 1 = (z - \varepsilon)(z - \varepsilon^2) \ldots$

$(z - \varepsilon^6)$, så att $T^2 = \frac{7}{16}$, v. s. b. *X.*

Även löst av *J. S.*, *E. R. Levanto*, *I. Gunsjö* och *N. G. Sjöstrand.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen[1]

Januari 1951

Matematiska uppgifter för latinlinjen[2]

1. Lös ekvationen $\dfrac{0{,}25\,x+0{,}1}{0{,}2\,x+0{,}06}+\dfrac{0{,}5\,x-0{,}05}{0{,}3\,x-0{,}01}=2{,}5$.
2. I en geometrisk serie är produkten av första och tredje termerna 2,25 och summan av andra och tredje termerna likaledes 2,25. Sök seriens första term och kvot.
3. I en stad äro befolkningsförhållandena så konstanta, att antalet under ett år födda eller inflyttade personer kan beräknas utgöra en tiondel och antalet döda eller avflyttade personer en tjugondel av stadens folkmängd vid årets början. Efter hur många år kommer invånarantalet i staden under sådana förhållanden att vara fördubblat?
4. I en liksidig triangel ABC med sidan 10 cm skäras sidorna AB och AC i punkterna D respektive E av en linje, parallell med sidan BC. Punkterna D och E sammanbindas med mittpunkten F på BC. Uttryck ytan av triangeln DEF som funktion av sträckan DE, och undersök denna funktion grafiskt. Ange med hjälp av diagrammet eller på annat sätt det största värde, som den nämnda ytan kan anta.
5. Beräkna ytan av den triangel, vars sidor utgöras av höjderna i en triangel med sidorna 4 cm, 6 cm och 8 cm.
6. I en parallellogram är den spetsiga vinkeln 60°. Dessutom vet man, att den ena diagonalen är 50 % längre än den andra. Beräkna förhållandet mellan sidorna.
7. En vinkel i en triangel är 120° och motstående sida 10 cm. En av de övriga sidorna och medianen mot denna äro inbördes lika stora. Bestäm de övriga sidorna och vinklarna i triangeln.

[1] *Allmänna anvisningar för alla examensprov:* Införda beteckningar böra förklaras och uppställda ekvationer motiveras. Resonemang, lösning av ekvationer och genomförande av uträkningar böra icke vara så knapphändiga, att de bli svåra att följa. Geometriska uppgifter böra åtföljas av figurer, ritade med blyerts med hjälp av passare och linjal. — För provet i *fysik* tillkommer att enheterna angivas och att konstanter, som ej äro uppgivna i texten, hämtas ur formelsamlingen.

[2] Uppg. i matematik för nyspråkligt lyceum utgjordes av latinlinjens nr 1, 2—8 och reallinjens (allm. kurs) nr 1.

8. I en liksidig triangel är O höjdernas skärningspunkt. Punkten D delar sidan BC i förhållandet 1 : 4 från B räknat. Sammanbindningslinjen DO skär sidan AC i punkten E. I vilket förhållande delar sträckan DE sidan AC respektive ytan av triangeln ABC?

Resultat: 1. $x_1=0{,}2$; $x_2=-0{,}5$. 2. Första termen 3 eller 0,6 och kvoterna 0,2 resp. $-2{,}5$. 3. Efter 15 år är invånarantalet något mer än fördubblat. 4. Ytan$=\frac{1}{4}\sqrt{3}(10x-x^2)$ cm^2, där $DE=x$ cm; max.-ytan$=\frac{1}{4}\cdot 25\sqrt{3}=10{,}8$ cm^2. 5. $15\sqrt{455}:64=5{,}00$ cm^2. 6. $1{,}3+\sqrt{0{,}69}=2{,}131$. 7. 6,942 och 4,522 cm; 36,95° och 23,05°. 8. Drag höjden AF och förläng DE till G, så att $AG \parallel BC$. Om då $BC=10a$, så är $DC=8a$, $DF=3a$ och $AG=6a$, varav $AE:EC=3:4$ och ytförhållandet $=19:16$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. I en konvergent oändlig geometrisk serie bilda andra termen, första termen och summan i nu nämnd ordning en aritmetisk serie med differensen 1. Beräkna den geometriska seriens summa.
2. Med en sträcka AB som diameter uppritas en halvcirkel. På periferien bestämmes en punkt C, så att den delar bågen AB i förhållandet 2 : 1. Från punkten C fälles normalen CD mot AB. Figuren får rotera kring AB. Därvid alstras två kroppar av de delar, i vilka halvcirkelns yta delas av sträckan CD. Bestäm förhållandet dels mellan volymerna, dels mellan de totala begränsningsytorna av dessa båda kroppar.
3. I en triangel förhålla sig två sidor som 1 : 2. Bissektrisen till den mellanliggande vinkeln är lika lång som den tredje sidan. Beräkna triangelns vinklar.
4. Bestäm konstanterna a, b och c, så att funktionen $ax^3-(a^2+1)x^2+bx+c$ får ett minimum $=4$ för $x=1$ och så att den för $x=-1$ antar värdet -8.
5. En triangel med ytan 54 ytenheter har tyngdpunkten i origo. Ekvationerna för medianen och mittpunktsnormalen till en av triangelns sidor äro $x-2y=0$ respektive $2x-2y+3=0$. Ange koordinaterna för triangelns hörn.
6. Ekvationen $\cos 2x=a \operatorname{tg} x$ satisfieras av de vinklar x, för vilka $\operatorname{tg} x=2$. Bestäm värdet på a, och lös därefter ekvationen fullständigt. — Värdet på a skall bestämmas utan användning av trigonometriska tabeller.
7. En (oregelbunden) pyramid delas av två med basen parallella plan i tre delar, av vilka den mellersta har samma totala begränsningsyta som de två övriga delarna tillsammans. Pyramidens höjd delas av planen i förhållandet 1 : 3 : 1. Hur stor del

av den ursprungliga pyramidens totala begränsningsyta utgör dess basyta?

8. I en triangel tangeras den inskrivna cirkeln av mittpunktsnormalen till en av sidorna, AB. Bestäm, för vilka värden på vinklarna A och B detta är möjligt. Undersök i samband härmed, när en eller två dylika trianglar kunna uppritas för givet värde på den ena av vinklarna A och B.

Resultat: **1.** $(3+\sqrt{5}):2$. **2.** Volymernas förh.$=\frac{5}{27}$ och ytornas$=\frac{7}{15}$. **3.** 25,03°; 32,78°; 122,19°. **4.** $a=2$, $b=4$, $c=3$. **5.** $(6;3)$, $(-7;2{,}5)$, $(1;-5{,}5)$. **6.** $a=-0{,}3$; $x_1=63{,}43°+n\cdot 180°$; $x_2=64{,}75°+n\cdot 180°$; $x_3=-38{,}18°+$ $+n\cdot 180°$. — Uttryckes $\cos 2x$ i $\operatorname{tg} x$, erhålles $\operatorname{tg}^3 x-\frac{1}{3}\cdot\operatorname{tg}^2 x+\operatorname{tg} x+$ $+\frac{1}{3}=0$, osv. Anm. Ur sambandet mellan rötter och koeff. erhålles $\operatorname{tg} x_1\cdot\operatorname{tg} x_2+\operatorname{tg} x_1\cdot\operatorname{tg} x_3+\operatorname{tg} x_2\cdot\operatorname{tg} x_3=1$, varav $x_1+x_2+x_3=90°+n\cdot$ $\cdot 180°$ (se Elementa uppg. 1605 årg. 32, sid. 148). **7.** $\frac{1}{6}$. **8.** Man finner sambandet $\cot\frac{1}{2}B-\cot\frac{1}{2}A=2$ (där plustecknet gäller för $A>B$), som jämte villkoret $\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}B<90°$ (1) kan läggas till grund för utredningen. Den kan även ske geometriskt på t. ex. följ. sätt. Om mittnormalen till den konstanta basen AB (A på positiva och B på neg. x-axeln) tages till y-axel, så ligga medelp. för de inskrivna cirklarna på bissektriserna (I och II) till första och andra axelvinklarna och inom en halvcirkel med AB som diameter (se villkoret 1). Vinkeln A får nu växa från 0. Dess bissektris skär såväl I som II i punkter inom cirkeln, då $\frac{1}{2}A<22{,}5°$, varvid alltså *två* cirklar erhållas. *En* cirkel (i första kvadraten) erhålles sedan för $22{,}5°\leqq\frac{1}{2}A<67{,}5°$. Resultatet blir alltså: *två* cirklar för $A<45°$, *en* cirkel för $45°\leqq A<135°$, *ingen* för $A\geqq 135°$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Bevisa, att en hyperbel är liksidig, om den cirkel, som uppritas med ena parametern som diameter, tangerar asymptoterna.
2. Bestäm den spetsiga vinkeln mellan de gemensamma tangenterna till parabeln $y^2=4ax$ och ellipsen $x^2+4y^2=8a^2$.
3. Undersök den mot funktionen $y=\dfrac{(x^2-1)(x+1)}{x^2}$ svarande kurvan med avseende på skärningspunkter med axlarna, maximi-, minimi- och inflexionspunkter samt asymptoter. Upprita kurvan.
4. I sambandet $\sin y=k\sin x$ är k en konstant, som är >1. Visa, att $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ kan uttryckas som funktion av y enbart, och bestäm därefter det eller de y-värden, för vilka värdet av $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ blir $=$ $=2(k^2-1)$.

5. Linjen $x=a$ och punkten $P(x_1; y_1)$ äro givna. Origo O sammanbindes med P; PO eller dess förlängning skär den givna linjen i punkten A. Punkten P projicieras på den givna linjen, och projektionen B sammanbindes med O. Genom A drages linjen AC parallell med x-axeln. Denna linje skär OB eller dess förlängning i punkten C. Bevisa, att linjen PC, oberoende av punkten P:s läge, går genom en fast punkt.
6. En parabel har sin brännpunkt i punkten (0; 1) och går genom punkterna (7; 0) och (−1; 0). Sök ekvationerna för parabeln och dess styrlinje i de båda möjliga fallen.
7. I ett halvklot med medelpunkten O och radien 1 dm inskrives en rät cirkulär kon på följande sätt. Konens axel är parallell med halvklotets plana begränsningsyta, dess spets ligger på halvklotets sfäriska yta, och omkretsen av dess bottenyta tangerar halvklotets såväl sfäriska som plana begränsningsyta, den senare i en punkt P. Hur stort är avståndet PO, när konens volym uppnår sitt största värde?

Resultat: **2.** 53,13°. **3.** Kurvan skär x-axeln i (1; 0), tangerar den i (−1; 0); max. i (−1; 0), infl. i $(-3; -\frac{16}{9})$; asymptoter: $x=0$ och $y=x+1$. **4.** $y''=(k^2-1)\sin y:\cos^3 y=(k^2-1)(\operatorname{tg}^3 y+\operatorname{tg} y)$; $y=\frac{1}{4}\pi+n\cdot\pi$. **5.** Den fasta punkten är $(-a; 0)$. — Punktsystemen $P(x_1; y_1)$, A, B, C och $P_1(x_1; -y_1)$, A_1, B_1, C_1 ha x-axeln till symmetriaxel, varför PC och P_1C_1 mötas på x-axeln, där alltså den fixa punkten är att söka. Om nu $x=a$ skär x-axeln i D och CP (förlängd) skär x-axeln i Q, så erhålles ur likformiga trianglar $AC:OD=AB:BD$ och $AC:OQ=AB:BD$, dvs. $OQ=a$. **6.** Ekv. äro $(x+y)^2-6x+2y-7=0$ och $x-y+3=0$ eller $(x-y)^2-6x-10y-7=0$ och $x+y+3=0$. — Tag (7; 0) och (−1; 0) till medelp. för cirklar, som gå genom (0; 1). Styrlinjerna äro de gemensamma tangenterna till dessa cirklar. **7.** $\sqrt{(\sqrt{97}-9):6}=0{,}376$ dm.

Uppgifter i fysik

1. I källaren till en villa har man en s. k. hydrofor. Denna består av en cylindrisk tryckbehållare med lodrät axel. I dess övre del mynnar röret från en vattenpump, och från dess nedre del utgår stigröret till vattenledningen. Till en början innehåller hydroforen endast luft av trycket 1 at (1 at=1 kp/cm²), och kranen till stigröret hålles stängd. Vatten inpumpas i behållaren, till dess trycket hos den instängda luften stigit till 5,5 at. Öppnar man därefter kranen till stigröret, kan vatten avtappas. Lufttrycket i hydroforen sjunker därvid. Hur stor vattenmängd kan avtappas, innan pumpen behöver sätta igång, om nämnda

lufttryck ej får understiga 2,2 at. Behållarens inre höjd är 1,6 m och dess inre basdiameter 0,9 m. Ingen hänsyn behöver tagas till vattenångans tryck i hydroforen. Temperaturen kan betraktas som konstant. Från volymen i tilledningsrör och stigrör kan bortses vid beräkningen.

2. Ett lokomotiv, som utvecklar sin största möjliga effekt, kan i uppförsbacke draga ett tåg, vägande 200 ton, med en konstant hastighet av 48 km/tim, om banans stigning är 1 : 200, och med hastigheten 64 km/tim, om stigningen är 1 : 400. Friktionskraften antages vara densamma i båda fallen. Beräkna effekten, uttryckt i hästkrafter.
3. En vertikal, rektangulär skjutdörr hos ett väggskåp är 2 dm bred, 7 dm hög och väger 2 kg. Den löper mellan två parallella, horisontella skenor, den ena belägen vid dörrens övre, den andra vid dess nedre kant. Mellan den övre kanten och motsvarande skena finnes ett mycket litet glapprum. Dörren skjutes åt sidan under inverkan av en med skenorna parallell kraft, anbragt på dörrens vertikala kant. Om kraftens avstånd från den undre skenan betecknas med x, inträffar för x-värden, överstigande ett visst värde (x_0), att dörren, då den utsättes för kraften, söker vrida sig. Härigenom uppkomma friktionskrafter även vid den övre skenan. Härled det uttryck, som i detta fall anger sambandet mellan den erforderliga kraften och avståndet x. Besvara därefter frågan: Finns det något värde på x, som ej får överskridas, om dörren skall vara möjlig att skjuta åt sidan? Problembehandlingen anses nöjaktig, även om x_0 icke beräknas. Friktionskoefficienten är vid båda skenorna 0,4. Dörren får anses homogen.
4. Man ville bestämma ångbildningsvärmet för flytande syre vid atmosfärstryck och hade för den skull i en öppen termosflaska hällt en del vätska samt i denna nedsänkt en motståndstråd. Flaskan placerades på en vågskål. Från en viss tidpunkt (t=0) bestämdes flaskans vikt var femte minut. Vid tidpunkten t=20 min slöts en elektrisk ström genom tråden, och i denna utvecklades en effekt av 5,8 W, till dess strömmen vid tidpunkten t=35 min bröts. Under hela försökstiden tillfördes vätskan värme från omgivningen. Beräkna ångbildningsvärmet med ledning av nedanstående vägningstabell:

t(min)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
vikt(g)	248,1	245,0	241,8	238,8	235,7	224,4	213,1	201,8	198,6	195,6	192,5

5. Under en lektion ville man med hjälp av formeln för sfäriska speglar bestämma radien hos en konkavspegel och utgick där-

vid från att både föremål och bild skulle vara verkliga (reella). Försöksanordningen blev sådan, att avståndet mellan föremål och spegel icke kunde direkt uppmätas, däremot avståndet mellan bild och spegel. Vid viss placering av spegeln fann man, att bilden låg 75 cm från spegeln. Flyttades spegeln därefter 120 cm närmare föremålet, blev avståndet mellan bild och spegel 90 cm. Beräkna den sökta radien.

6. Ett avlägset föremål betraktades genom en avläsningskikare, och denna inställdes så, att ögat förlade slutbilden långt bort. Man belyste därefter utifrån objektivet och uppmätte vid oförändrat avstånd mellan objektiv och okular diametern hos den bild, som okularet gav av den inre randen av objektivets ringformiga infattning. Mätningen skedde med hjälp av ett särskilt s. k. mätokular. Man erhöll som värde på diametern 1,60 mm. Därefter försköts kikarokularet, så att kikaren blev 60 mm längre. Vid förnyad mätning av diametern hos bilden av objektivets infattning erhölls värdet 1,22 mm. Beräkna objektivets brännvidd.
7. En liten elektrisk apparat är stämplad: 120 V, 8 W. Apparaten anslutes medelst sladd och stick-kontakt till ett uttag i väggen. Den är användbar för tre olika nätspänningar, därigenom att stick-kontakten innehåller två med apparaten seriekopplade motstånd, R_1 och R_2, samt en omkopplare, med vars hjälp man kan kortsluta det ena motståndet eller bägge. Vid nätspänningen 120 V äro båda motstånden kortslutna, vid nätspänningen 160 V är motståndet R_1 kortslutet, vid nätspänningen 220 V är intet av motstånden kortslutet. Beräkna R_1 och R_2.
8. Man ville bestämma elektromotoriska kraften hos ett batteri med stort inre motstånd och förfor därvid på följande sätt. Först inkopplades mellan polerna en voltmeter. Denna visade 160 V. Därpå inkopplades i serie med den förra voltmetern ännu en voltmeter. Båda voltmetrarna visade då 90 V. Beräkna härav den sökta elektromotoriska kraften. Den första voltmetern hade samma motstånd vid de båda mätningarna.

Resultat: 1. 278 l. 2. 356 hk. 3. $x_0=2{,}5$ dm. Kraften$=2{,}8\,(6-x)$ kp, där 2,5 dm$<x<6$ dm. — Om dörrens undre resp. övre kantlinjer äro AB och CD och kraften anbringas mot den vertikala AD, kommer dörren, då x_0 är uppnådd, att söka vrida sig kring B, varvid D ligger an mot den övre skenan. Man inför normal- och friktionskrafter vid B och D osv. — För $x \leqq x_0$ glider dörren enbart på underlaget, och kraften är $0{,}4 \cdot 2$ kp. För $x=x_0$ blir dess moment m. a. p. B lika stort som tyngdens. 4. 50,9 cal/g. 5. 120 cm. 6. 193 mm. 7. $R_1=900$ och $R_2=600$ ohm. 8. 206 V.

"Banbrytande"

kallade Gösta W. Funcke en tidigare upplaga av den nu i sin femte upplaga utkomna

Elektricitetslära och elektroteknik

av *Helge Bohlin*

583 s. Inb. 15:—, netto för skolor 12:—, lärarex. 7:50.

Recensenten skrev vidare:

»Den visar en ny väg för skolans undervisning i elektricitetslära och dess praktiska tillämpning. Man kan endast hoppas att den skall studeras även av de allmänna läroverkens läroboksförfattare och ge impulser till en bättre och mera tidsbetonad undervisning i ellära, magnetism och matematik.»

I den nya upplagan har betydande förändringar vidtagits:

Enheterna i det s. k. giorgisystemet (MKSA-systemet) har införts; en orienterande framställning om kvanta och elementapartiklar har tillkommit; övningsuppgifter och illustrationer har bearbetats.

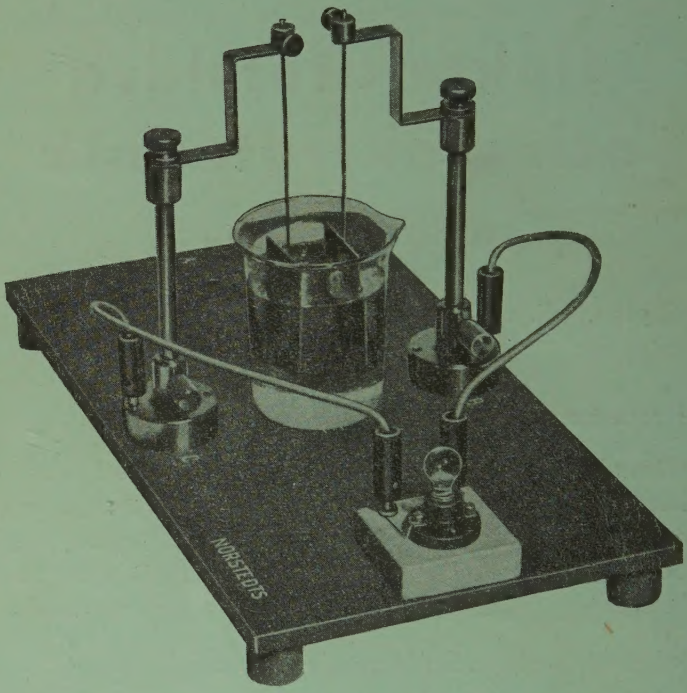
SVENSKA BOKFÖRLAGET

Drottninggatan 20 Stockholm Postgiro 3994

Materiel för elevlaborationer

från

Norstedts



Voltas element sammanbyggt med delar ur den elektriska laborationssatsen.

Med Norstedts laborationssatser kan laborationer utföras inom matematik, värmelära, optik, elektricitetslära och kemi.

Materielen förvaras i specialinredda trälådor och på plintar avsedda för 6, 8 eller 10 grupper.

Prisuppgift och beskrivning på begäran.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

Lund 1951, Håkan Ohlssons boktryckeri.